



.Problema para ajudar na escola: Vamos preencher uma tabela?



Problema

(A partir do 9º ano do E. F.)

Vamos preencher uma tabela 3×3 com os números

$1, 7, 9, 11, 12, 14, 16, 17, 19$

de tal forma que:

- nos cantos do tabuleiro escreveremos apenas números primos;
- no centro do tabuleiro não escreveremos um quadrado perfeito.

De quantas formas podemos fazer o preenchimento?

?	?	?
?	?	?
?	?	?

Ajuda

Princípio Fundamental da Contagem, ou Princípio Multiplicativo, para três eventos:

Se

- uma decisão **D1** puder ser tomada de m_1 maneiras distintas,
- uma decisão **D2** puder ser tomada de m_2 maneiras distintas,
- uma decisão **D3** puder ser tomada de m_3 maneiras distintas,
- e todas essas decisões forem independentes entre si (isto é, a escolha de uma não muda a quantidade de possibilidades para a escolha de outra),

então o número total de maneiras de tomarmos sucessivamente essas três decisões é igual ao produto

$$m_1 \times m_2 \times m_3.$$

(Se você não se lembra desse Princípio, seria interessante dar uma passadinha [nesta Sala de Estudo.](#))



Solução

Observemos inicialmente que dentre os números $1, 7, 9, 11, 12, 14, 16, 17, 19$:

- quatro são primos: $7, 11, 17, 19$;
- três são quadrados perfeitos: $1 = 1^2, 9 = 3^2, 16 = 4^2$.

Vamos então à contagem do número de modos com que podemos preencher a tabela 3×3 do problema.

(i) Vamos iniciar o preenchimento pelos cantos da tabela. Note que temos quatro números primos que devem ser colocados nos cantos da tabela. Assim, como são quatro números a serem colocados em quatro lugares, podemos fazê-lo de $4! = 24$ maneiras diferentes.

(ii) Vamos agora preencher o centro da tabela e, no centro, devemos colocar um número que não seja um quadrado perfeito. Temos cinco números não utilizados: $1, 9, 12, 14, 16$ e, desses, três são quadrados perfeitos. Dessa forma, devemos utilizar para o centro da tabela o 12 ou o 14 , ou seja, temos 2 possibilidades.

(iii) Feito o preenchimento dos cantos e do centro da tabela, restam ainda $9 - 4 - 1 = 4$ números a serem utilizados em quatro posições, sendo que esses números podem ocupar qualquer uma dessas quatro posições. Então podemos distribuí-los de $4! = 24$ maneiras.

Por (i), (ii) e (iii), utilizando o Princípio Fundamental da Contagem, concluímos que a tabela pode ser preenchida de $24 \times 2 \times 24 = 1152$ maneiras diferentes.

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog.**

Quem somos



Somando novos talentos para o Brasil

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) é uma realização do Instituto de Matemática Pura e Aplicada - IMPA, e tem como objetivo estimular o estudo da Matemática e revelar talentos na área.



Programas e Portais

- Portal da OBMEP
- Programa de Iniciação Científica Jr.
- Polos Olímpicos de Treinamento Intensivo
- Programa de Iniciação Científica e Mestrado
- Programa de Formação de Professores
- Bolsa Instituto TIM - OBMEP

Fale conosco

clubes@obmep.org.br
 55 (21) 2529-5251

Horários de atendimento:
segunda a sexta das 8h às 18h (horário de Brasília)

IMPA - Instituto de Matemática Pura e Aplicada
Estrada Dona Castorina, 110 - Sala 106/A - Rio de Janeiro - RJ
CEP: 22460-320