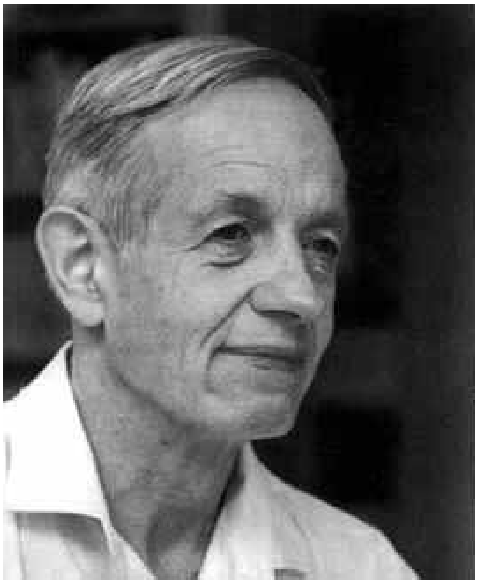
Teoria dos Jogos

1. Introdução

A Teoria dos Jogos é devida principalmente aos trabalhos desenvolvidos por von Neumann e John Nash.

John von Neumann (*1903, Budapeste, Hungria; †1957, Washington, Estados Unidos).



John Forbes Nash (*1928, Bluefield, West Virgina, Estados Unidos).

A Teoria dos Jogos trata com situações de tomada de decisão em que dois ou mais oponentes possuem objetivos conflitantes. Exemplos típicos são:

1. Campanhas publicitárias para produtos concorrentes.
2. Planejamento de estratégias de guerra para exércitos inimigos.

Em um jogo, dois oponentes (jogadores) podem ter um número finito ou infinito de alternativas ou **estratégias**. Associado com cada par de estratégias há um valor de pagamento (***payoff***) que um jogador paga para seu oponente. Estes jogos são conhecidos como **Jogos de Soma Zero e Dois Jogadores** porque o ganho de um jogador é igual à perda do outro.

Com os conceitos citados acima, o jogo pode ser resumido em termos dos *payoff* para um único jogador, uma vez que os *payoff* podem ser positivos (ganhar e o oponente perder) e negativos (perder e o oponente ganhar).

Adotando os dois jogadores como A e B com m e n estratégias, respectivamente, o jogo pode ser representado por uma matriz de *payoff* para o jogador A como:

	B_1	B_2	...	B_n
A_1	p_{11}	p_{12}	...	p_{1m}
A_2	p_{21}	p_{22}	...	p_{2m}
:	:	:	:	:
A_m	p_{m1}	p_{m2}	...	p_{mn}

A representação matricial acima indica que se A usa uma estratégia i e B usa uma estratégia j, o *payoff* para A é p_{ij} e conseqüentemente o *payoff* para B é $-p_{ij}$.

Exemplo 1: A matriz de *payoff* de um jogo de "par ou impar" para o jogador A que apostou em "par" é dada por:

	B_1 nº par de dedos	B_2 nº impar de dedos
A_1 nº par de dedos	1	-1
A_2 nº impar de dedos	-1	1

A matriz acima mostra que se o jogador A colocar um número par de dedos (estratégia A_1) e o jogador B colocar também um número par de dedos (estratégia B_1), o jogador A irá ganhar 1, pois o jogador A apostou em par.

Se o jogador A colocar um número par de dedos (estratégia A_1) e o jogador B colocar um número impar de dedos (estratégia B_2), o jogador A irá ganhar -1, ou seja, A irá perder e B irá ganhar.

2. Solução Ótima de Jogos de Soma Zero e Dois Jogadores

A solução ótima de um Jogo de Soma Zero e Dois Jogadores seleciona uma ou mais estratégias para cada jogador tal que qualquer mudança em uma estratégia escolhida não melhora o *payoff* para o outro jogador. Estas soluções podem estar na forma de uma única estratégia ou várias estratégias misturas de acordo com probabilidades pré-determinadas.

Exemplo 2: Duas companhias, A e B, vendem duas marcas de vacina para gripe. Companhia A pode anunciar o seu produto no rádio (estratégia A_1), na televisão (estratégia A_2) ou no jornal (estratégia A_3). A Companhia B pode anunciar o seu produto no rádio (estratégia B_1), na televisão (estratégia B_2), no jornal (estratégia B_3) ou mala direta (estratégia B_4). Dependendo da criatividade e da intensidade dos anúncios, cada companhia pode ganhar uma porção do mercado da outra companhia. A matriz de *payoff* abaixo resume a porcentagem de mercado ganho ou perdido pela companhia A.

	B_1	**B_2**	**B_3**	**B_4**	**Min Linha**	
A_1	8	-2	9	-3	-3	
A_2	6	5	6	8	5	**Maximin**
A_3	-2	4	-9	5	-9	
Max Coluna	8	5	9	8		
		Minimax				

A solução do jogo é baseada no princípio da "Melhor entre as Piores". Se a companhia A escolher a estratégia A_1, então, independente da estratégia que B escolha, o pior que pode acontecer é A perder 3% do seu mercado para B. Isto é representado pelo valor mínimo dos elementos da matriz na linha 1. Similarmente, se A escolher a estratégia A_2, o pior que pode acontecer é A ganhar 5% do mercado de B, e se A escolher a estratégia A_3, o pior que pode acontecer é A perder 9% do seu mercado para B. Estes resultados são listados na coluna "Min Linha" da matriz. Para obter a "Melhor entre as Piores", a companhia A escolhe a estratégia A_2 por que esta representa o valor máximo entre os valores mínimos (Maximin).

Uma vez que a matriz de *payoff* é para A, o critério "Melhor entre as Piores" para as estratégias da companhia B requer determinar o valor mínimo entre os valores máximos (Minimax).

A solução ótima do jogo então seleciona as estratégias A_2 e B_2, isto é, ambas as companhias devem anunciar seus produtos na televisão. O *payoff* será a favor da companhia A, porque seu mercado irá ganhar 5% do mercado de B. Neste caso, é dito que o valor do jogo é 5 (5%) e que A e B estão usando uma **Estratégia Pura** ou **Estratégia Dominante** cuja solução é um **ponto de sela**.

A solução de ponto de sela garante que nenhuma companhia está tentando selecionar uma estratégia melhor. Se B escolher outra estratégia (B_1, B_3 ou B_4), a companhia A pode ficar com a estratégia A_2, a qual garante que B irá perder mais mercado para A (6% ou 8%). Dá mesma forma, A não quer usar uma estratégia diferente (A_1 ou A_3) uma vez que se A escolher a estratégia A_3, B pode escolher a estratégia B_3 e ganhar 9% do mercado de A. O raciocínio análogo é verdadeiro para A escolher a estratégia A_1.

<u>Exemplo 3</u>: Dois políticos A e B, estão em campanha concorrendo a uma vaga de senador. É necessário fazer o planejamento para os dois dias finais da campanha. Os dois políticos pretendem gastar estes dois dias finais em duas cidades: São Paulo e Rio de Janeiro.

Cada político pode gastar um dia em cada cidade ou então gastar dois dias em São Paulo ou dois dias no Rio de Janeiro. Resumindo, as estratégias ficam:

A_1 = político A gastar um dia em São Paulo e um dia no Rio de Janeiro
A_2 = político A gastar dois dias em São Paulo
A_3 = político A gastar dois dias no Rio de Janeiro
B_1 = político B gastar um dia em São Paulo e um dia no Rio de Janeiro
B_2 = político B gastar dois dias em São Paulo
B_3 = político B gastar dois dias no Rio de Janeiro

A matriz de *payoff* abaixo resume o número (em milhares) de votos ganhos (valores positivos) ou perdidos (valores negativos) para o político A.

	B_1	B_2	B_3	**Min Linha**	
A_1	0	-2	2	-2	**Maximin**
A_2	5	4	-3	-3	
A_3	2	3	-4	-4	
Max Coluna	5	4	2		
			Minimax		

Ao contrário do exemplo anterior, o valor Maximin (-2) é diferente do valor Minimax (2), portanto, não existe uma solução de Ponto de Sela, conseqüentemente não existe uma Estratégia Dominante. Este fato é facilmente verificado: para o político A, a melhor estratégia (a que ele perderá menos votos) independente da estratégia utilizada pelo político B é a estratégia A_1 (gastar um dia em cada cidade) e com isso perder 2 mil votos na pior das hipóteses. No entanto, a melhor estratégia para o político B é a estratégia B_3 (gastar dois dias no Rio de Janeiro) e com isso perder 2 mil votos na pior das hipóteses. Porém, as estratégias A_1 e B_3 resultam em um ganho de 2 mil votos para o político A e conseqüentemente uma perda de 2 mil votos para o político B.

Como o político B é racional, ele pode antecipar este resultado e mudar sua estratégia para B_2 (A está com estratégia A_1) ganhando então 2 mil votos. Prevendo isto, o político A pode mudar sua estratégia para A_2 (B está com estratégia B_2) ganhando assim, 4 mil votos. Dando continuidade a análise, o político B então pode mudar sua estratégia para B_3 (A está com estratégia A_2) é ganhar 3 mil votos. Então, A pode mudar sua estratégia novamente para A_1 (B está com estratégia B_3) e então ganhar 2 mil votos. Nota-se neste instante que a estratégia inicial foi retomada, configurando assim um ciclo.

Para jogos onde o valor Maximin é diferente do valor Minimax a solução é dita **Instável** e portanto, não há uma Estratégia Dominante.

De fato, o que acontece com jogos que não possuem Estratégia Dominante é que sempre quando a estratégia de um jogador é previsível, o seu oponente poderá tomar vantagem desta informação para melhorar a sua tomada de decisão. Com isso, uma característica essencial para um planejamento racional de um jogo deste tipo é que nenhum jogador deveria estar habilitado a deduzir a estratégia que o seu oponente irá usar. Portanto, neste caso, ao invés de aplicar algum critério conhecido para determinar uma única estratégia que será definitivamente usada, faz-se necessário escolher estratégias alternativas aceitáveis geradas sobre algum tipo de base randômica.

Pode-se afirmar então, que o valor v deste jogo estará entre o valor Maximin $\underline{v}$ e Minimax $\overline{v}$. Isto é:

$$\underline{v} \leq v \leq \overline{v} \qquad (1)$$

3. Jogos com Estratégias Mistas

Toda vez que um jogo não possuir uma solução em um ponto de sela, faz-se necessário designar uma distribuição de probabilidade sobre cada conjunto de estratégias. Matematicamente, fica:

x_i = probabilidade do jogador A usar a estratégia i (i = 1,2,...,m) (2)

y_j = probabilidade do jogador B usar a estratégia j (j = 1,2,...,n) (3)

onde:

m e n são os números de estratégias do jogador A e B, respectivamente.

Assim, o jogador A deve especificar seu plano de jogo designando valores para x_1, x_2,..., x_m e o jogador B designando valores para y_1, y_2,..., y_n. Como x_i e y_j são medidas de probabilidade estas variáveis devem ser obrigatoriamente não-negativas e as suas somatórias $\sum_{i=1}^{m} x_i = 1$ e $\sum_{j=1}^{n} y_j = 1$.

Os planos (x_1, x_2, ..., x_m) e (y_1, y_2,..., y_n) são denominados **Estratégias Mistas.**

Exemplo 4: A mesma matriz de *payoff* para o exemplo 3 com estratégias mistas $(x_1, x_2, x_3) = (1/2, 1/2, 0)$ e $(y_1, y_2, y_3) = (0, 1/2, 1/2)$.

	B₁: y₁ = 0	**B₂: y₂** = $\frac{1}{2}$	**B₃: y₃** = $\frac{1}{2}$
A₁: x₁ = $\frac{1}{2}$	0	-2	2
A₂: x₂ = $\frac{1}{2}$	5	4	-3
A₃: x₃ = 0	2	3	-4

Estes planos significam que o jogador A está dando uma chance igual (com probabilidade $1/2$) de escolher a estratégia pura A_1 ou A_2, porém descartando a estratégia A_3. Dá mesma forma o jogador B está dando uma chance igual (com probabilidade $1/2$) de escolher a estratégia pura B_2 ou B_3, porém descartando a estratégia B_1.

O *payoff* esperado pode ser determinado como:

$$\text{payoff para o jogador A} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} p_{ij} x_i y_j \tag{4}$$

onde:

p_{ij} é o *payoff* se o jogador A utilizar a estratégia i e o jogador B utilizar a estratégia j.

Teorema Minimax: Se estratégias mistas são permitidas, o par de estratégias mistas que é ótimo de acordo com o critério Minimax fornece uma solução estável com $\underline{v} = \overline{v} = v$, de tal maneira que nenhum jogador pode melhorar sua situação mudando sua estratégia.

O *payoff* esperado para o exemplo 4 (calculado através de (4)) resulta em v = $1/4$. Esta medida não revela nada sobre o risco envolvido em jogar o jogo, mas indica o valor que o *payoff* médio irá tender se o jogo for jogado várias vezes.

Embora o conceito de estratégias mistas torne-se bastante intuitivo se o jogo é repetido várias vezes, este requer alguma interpretação quando o jogo é jogado apenas uma vez. Neste caso, usando uma estratégia mista ainda envolve selecionar e usar uma única estratégia pura (randomicamente selecionada a partir da distribuição de probabilidade especificada).

O objetivo da Teoria dos Jogos é determinar a estratégia ótima para cada jogador, sendo o jogo de estratégia pura ou mista. Este objetivo pode ser alcançado através de Programação Linear.

4. Resolução por Programação Linear

Sendo $\sum_{i=1}^{m} p_{ij} x_i$ o *payoff* esperado do jogador A utilizar as suas m estratégias quando o jogador B utiliza a sua estratégia j, as probabilidades ótimas ou planos (x_1, x_2, ..., x_m) do jogador A podem ser determinadas resolvendo o seguinte problema Maximin:

$$\max_{x_i}\left\{\min\left(\sum_{i=1}^{m} p_{i1} x_i, \sum_{i=1}^{m} p_{i2} x_i, \ldots, \sum_{i=1}^{m} p_{in} x_i\right)\right\}$$

Sujeito a (5)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + \ldots + x_m = 1 \\ x_i \geq 0, i = 1,2,\ldots,m \end{cases}$$

No entanto:

$$v = \min\left(\sum_{i=1}^{m} p_{i1} x_i, \sum_{i=1}^{m} p_{i2} x_i, \ldots, \sum_{i=1}^{m} p_{in} x_i\right) \tag{6}$$

De 5) e 6) deduz-se que:

$$\sum_{i=1}^{m} p_{ij} x_i \geq v, j = 1,2,\ldots,n^{*} \tag{7}$$

Com isso, o problema para o jogador A pode ser escrito como:

Maximize z = v

Sujeito a

$$\begin{cases} v - \sum_{i=1}^{m} p_{ij} x_i \leq 0, j = 1,2,\ldots,n \\ x_1 + x_2 + \ldots + x_m = 1 \\ x_i \geq 0, i = 1,2,\ldots,m \\ v \quad \text{livre} \end{cases} \tag{8}$$

As probabilidades ótimas ou planos (y_1, y_2,..., y_n) do jogador B podem ser determinadas resolvendo o seguinte problema Minimax:

---

* A expressão (7) desempenha o papel de minimizar v, uma vez que v será sempre menor que $\sum_{i=1}^{m} p_{ij} x_i$.

Assim, a função-objetivo pode apenas maximizar v, uma vez que a expressão (7) minimiza v, estando de acordo com o critério MaxMin.

$$\min_{y_i}\left\{\max\left(\sum_{j=1}^{n} p_{1j}y_j, \sum_{j=1}^{n} p_{2j}y_j, \ldots, \sum_{i=1}^{n} p_{mj}y_j\right)\right\} \tag{9}$$

Sujeito a

$$\begin{cases} y_1 + y_2 + \ldots + y_n = 1 \\ y_j \geq 0, j = 1,2,\ldots,n \end{cases}$$

De maneira análoga ao problema do jogador A, o problema do jogador B pode ser escrito como:

Minimize z = v

Sujeito a

$$\begin{cases} v - \sum_{j=1}^{n} p_{ij}y_j \geq 0, i = 1,2,\ldots,m \\ y_1 + y_2 + \ldots + y_n = 1 \\ y_j \geq 0, j = 1,2,\ldots,n \\ v \quad \text{livre} \end{cases} \tag{10}$$

Comparando as expressões em (8) e em (10), percebe que o problema do jogador B é o **dual** do problema do jogador A e vice-versa.

Exemplo 5: A mesma matriz de *payoff* do exemplo 2.

	B_1	**B_2**	**B_3**	**B_4**	**Min Linha**
A_1	8	-2	9	-3	-3
A_2	6	5	6	8	**5**
A_3	-2	4	-9	5	-9
Max Coluna	8	**5**	9	8	

O problema para o jogador A fica:

Maximize z = v

Sujeito a

(11)

$$\begin{cases} v - 8x_1 - 6x_2 + 2x_3 \leq 0 \\ v + 2x_1 - 5x_2 - 4x_3 \leq 0 \\ v - 9x_1 - 6x_2 + 9x_3 \leq 0 \\ v + 3x_1 - 8x_2 - 5x_3 \leq 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \\ v \quad \text{livre} \end{cases}$$

O código para o Lindo, encontra-se abaixo:

```
MAX v
SUBJECT TO
REST1)  v - 8 X1 - 6 X2 + 2 X3 <=0
REST2)  v + 2 X1 - 5 X2 - 4 X3 <=0
REST3)  v - 9 X1 - 6 X2 + 9 X3 <=0
REST4)  v + 3 X1 - 8 X2 - 5 X3 <=0
REST5)  X1 + X2 + X3 = 1
END
FREE v
```

O problema para o jogador B (dual) fica:

Minimize z = v

Sujeito a

$$\begin{cases} v - 8y_1 + 2y_2 - 9y_3 + 3y_4 \geq 0 \\ v - 6y_1 - 5y_2 - 6y_3 - 8y_4 \geq 0 \\ v + 2y_1 - 4x_2 + 9y_3 - 5y_4 \geq 0 \\ y_1 + y_2 + y_3 + y4 = 1 \\ y_1, y_2, y_3, y_4 \geq 0 \\ v \quad \text{livre} \end{cases} \tag{12}$$

O código para o Lindo, encontra-se abaixo

```
MIN v
SUBJECT TO
REST1)  v - 8 Y1 + 2 Y2 - 9 Y3 + 3 Y4 =>0
REST2)  v - 6 Y1 - 5 Y2 - 6 Y3 - 8 Y4 =>0
REST3)  v + 2 Y1 - 4 Y2 + 9 Y3 - 5 Y4 =>0
REST4)  Y1 + Y2 + Y3 + Y4 = 1
END
FREE v
```

Como era de se esperar, este jogo possui uma solução de ponto de sela ou estratégia pura, com isso o plano ótimo para o jogador A é:

$$(x_1, x_2, x_3) = (0,1,0) \tag{13}$$

e o plano ótimo para o jogador B é:

$$(y_1, y_2, y_3, y_4) = (0,1,0,0) \tag{14}$$

O valor v do jogo é 5 (v = 5%).

Os resultados apresentados em (13) e (14) estão de acordo com resultados obtidos no exemplo, ou seja, o jogador A deve utilizar somente a sua segunda estratégia (A_2) e desprezar as demais assim como o jogador B, que deve utilizar também somente a sua segunda estratégia (B_2) e desprezar as demais.

<u>Exemplo 6</u>: A mesma matriz de *payoff* do exemplo 3.

	B_1	B_2	B_3	Min Linha
A_1	0	-2	2	-2
A_2	5	4	-3	-3
A_3	2	3	-4	-4
Max Coluna	5	4	2	

O problema para o jogador A fica:

Maximize z = v

Sujeito a

$$\begin{cases} v - 0x_1 - 5x_2 - 2x_3 \le 0 \\ v + 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 \le 0 \\ v - 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \le 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1, x_2, x_3 \ge 0 \\ v \quad \text{livre} \end{cases} \tag{15}$$

O código para o Lindo, encontra-se abaixo:

```
MAX v
SUBJECT TO
REST1)  v - 0 X1 - 5 X2 - 2 X3 <=0
REST2)  v + 2 X1 - 4 X2 - 3 X3 <=0
REST3)  v - 2 X1 + 3 X2 + 4 X3 <=0
REST4)  X1 + X2 + X3 = 1
END
FREE v
```

O problema para o jogador B fica:

Minimize z = v

Sujeito a

$$\begin{cases} v - 0y_1 + 2y_2 - 2y_3 \geq 0 \\ v - 5y_1 - 4y_2 + 3y_3 \geq 0 \\ v - 2y_1 - 3x_2 + 4y_3 \geq 0 \\ y_1 + y_2 + y_3 = 1 \\ y_1, y_2, y_3 \geq 0 \\ v \quad \text{livre} \end{cases} \tag{16}$$

O código para o Lindo, encontra-se abaixo:

```
MIN v
SUBJECT TO
REST1)  v - 0 Y1 + 2 Y2 - 2 Y3 =>0
REST2)  v - 5 Y1 - 4 Y2 + 3 Y3 =>0
REST3)  v - 2 Y1 - 3 Y2 + 4 Y3 =>0
REST4)  Y1 + Y2 + Y3 = 1
END
FREE v
```

Como era de se esperar, este jogo não possui uma solução de ponto de sela ou estratégia pura, com isso o plano ótimo para o jogador A é:

$$(x_1, x_2, x_3) = \left(\frac{7}{11}, \frac{4}{11}, 0\right) \tag{17}$$

e o plano ótimo para o jogador B é:

$$(y_1, y_2, y_3) = \left(0, \frac{5}{11}, \frac{6}{11}\right) \tag{18}$$

O valor v do jogo é $\frac{2}{11}$.

A contribuição fundamental da Teoria dos Jogos é que esta fornece uma metodologia para formulação e análise dos problemas apresentados em situações simples. Entretanto, existe uma grande lacuna entre o que a teoria pode tratar e a complexidade da maioria das situações competitivas reais.

5. Leitura Complementar

Quanto mais gente, melhor

Por Raul Marinho - Colunista Você S/A

Grandes gurus da administração como Ram Charam dizem que o melhor lugar para se aprender a fazer negócios é na feira. Concordo, mas acrescentaria que também se pode aprender com o camelô, o pipoqueiro e com todo mundo que lida diretamente com o freguês comprando e vendendo. Estes profissionais podem nos mostrar na prática como as teorias do mundo dos negócios funcionam de verdade. Observando o comportamento de um sorveteiro na praia, pode-se chegar a conclusões interessantes sobre estratégia de localização com base na Teoria dos Jogos. Mais do que isso, é possível concluir novos aspectos sobre nossa própria localização: por que é vantajoso morar e trabalhar em uma cidade grande como São Paulo?

Imagine uma praia relativamente pequena, com uns 300 metros, onde seus freqüentadores encontram-se espalhados igualmente na areia. Neste cenário, imagine-se um sorveteiro que chega à praia onde já se encontra um concorrente vendendo o mesmo produto com o mesmo preço que o seu. Como o outro sorveteiro está sozinho, ele está bem no meio da praia. Onde você irá estacionar o seu carrinho de sorvetes e onde você acha que seu concorrente o fará?

A primeira vista, parece que o mais óbvio é cada um ficar a uma distância de 100 metros do fim da praia e deles mesmos. Esta seria uma estratégia de mútua cooperação, onde cada um dos vendedores teria um terço da praia praticamente exclusiva e um terço dividido eqüitativamente. Eles estariam posicionados da melhor forma para que qualquer banhista possa chegar até eles andando o mínimo possível. Mas se você já teve a oportunidade de presenciar uma situação parecida com esta na realidade, provavelmente você notou os dois sorveteiros juntos no meio da praia. Será que eles fazem isso para poder ficar conversando? Ou será que esta é realmente a melhor alternativa?

Na verdade, eles ficam juntos no meio da praia porque este é o único Equilíbrio de Nash possível no sistema. Em Teoria dos Jogos, o Equilíbrio de Nash é atingido quando cada jogador faz o melhor possível em função do que seus concorrentes fazem. Voltando a imaginar-se sorveteiro: se o seu concorrente ficasse a 100 metros do fim direito da praia, o melhor que você poderia fazer seria se posicionar logo à sua esquerda. Desta forma, você abrangeria dois terços da praia contra um terço para ele. Seria a sua deserção, vantajosa frente à cooperação dele. No momento seguinte, porém, seu concorrente se moveria mais para o centro, logo à sua esquerda. Dali a pouco, seria você que iria para a esquerda dele e, momentos depois, ambos estariam juntos no meio da praia. Em uma sucessão de deserções de parte a parte, você e seu concorrente iriam ficar bem no centro da praia, dividindo a clientela meio a meio. Repare que é muito comum encontrar postos de gasolina, floriculturas e bancos localizados um em frente ao outro. Isto acontece pelo mesmo motivo: Equilíbrio de Nash.

A questão da localização do carrinho de sorvete também pode ser entendida como uma estratégia de localização profissional. Recentemente, a revista Você S.A. publicou uma pesquisa sobre as melhores cidades para fazer carreira onde São Paulo foi apontada como a primeira colocada. Coincidentemente, São Paulo também é a cidade mais próxima da maior parte do mercado nacional em termos de concentração de PIB. Pode-se dizer que São Paulo é exatamente o "meio da praia", o lugar onde é mais vantajoso você estar se quiser atingir o maior número de pessoas possível e aumentar sua exposição pessoal.

Mas São Paulo é a cidade onde se encontra a maior concorrência profissional do Brasil. Mesmo assim, é considerada a melhor cidade para fazer carreira, o que é uma aparente contradição. Por que não fazer carreira em uma pequena cidade do interior, para onde quase ninguém vai? Simplesmente porque isto representaria ir para o "canto da praia".

Você conquistaria uma clientela local, sem dúvida, mas quem fica no centro divide a quase totalidade do mercado.

Como o ambiente de negócios brasileiro é bem mais complexo que uma praia, este raciocínio tem que ser entendido levando-se em conta inúmeras outras particularidades, desde o ramo de atividade em que se trabalha até questões de qualidade de vida que cada cidade oferece. Mas o “jogo do sorveteiro” é, sem dúvida, um exercício interessante para refletir sobre posicionamento profissional.

FONTE: Hiller & Lieberman, CAP. 14 e Taha, CAP. 14.4

Exercícios - Teoria dos Jogos

qualquer erro, favor enviar e-mail para fernog@engprod.ufjf.br

1) Considere o Jogo tendo a seguinte matriz de *Payoff*.

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	5	0	3	1
A_2	2	4	3	2
A_3	3	2	0	4

a) Este Jogo é de Estratégia Pura ou Mista? Por quê?

b) Qual o plano ótimo para o jogador A e para o jogador B?

2) Escreva a matriz de Payoff para o "jogo do sorveteiro" descrito no item 5. Resolva o problema.

Respostas

1.a)

Mista, porque não apresenta ponto de sela.

1.b)

$(x_1, x_2, x_3) = (0.05632 \quad 0.736842 \quad 0.210526)$

$(y_1, y_2, y_3, y_4) = (0.157895 \quad 0.0000 \quad 0.368421 \quad 0.473684)$

2) Matriz de Payoff para o sorveteiro A.
As estratégias são (considerando a origem da praia o canto esquerdo) ficar a 100m, 150m e 200m.

	100	150	200	**Min Linha**	
100	-100	-50	0	-100	
150	50	0	50	0	**Maximin**
200	0	-50	100	-50	
Max Coluna	50	0	100		
		Minimax			

estratégia ótima: sorveteiro A ficar a 150 metros e sorveteiro B ficar a 150 metros (equilíbrio de Nash é encontrado em um ponto de sela: jogo de estratégia dominante).