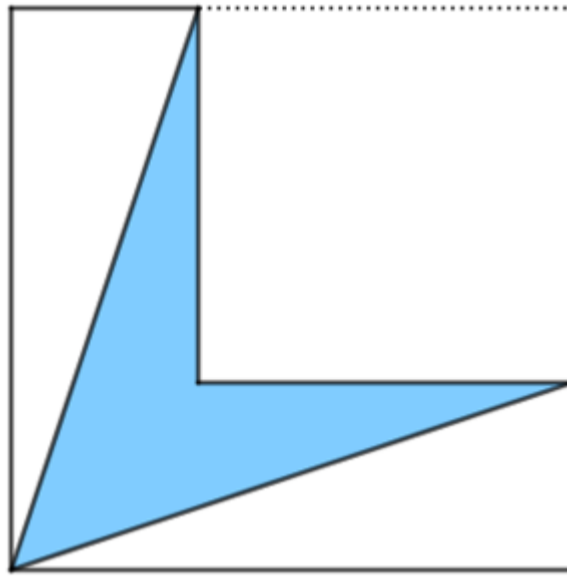


Problema

(A partir do 9º ano do E. F.- Nível de dificuldade: Médio)

Após assistir a um filme sobre as aventuras do “Rei Arthur e os Cavaleiros da Távola Redonda”, o pequeno Artur resolveu fazer flechas e espadas para brincar. Ele rapidamente percebeu que poderia fazer belas pontas para suas flechas a partir de folhas de papel em formato de quadrados com 1 dm de lado. Para isso bastava cortar um quadrado num dos cantos de cada folha e, no pedaço do papel em forma de L restante, pintar uma parte como mostra a figura.



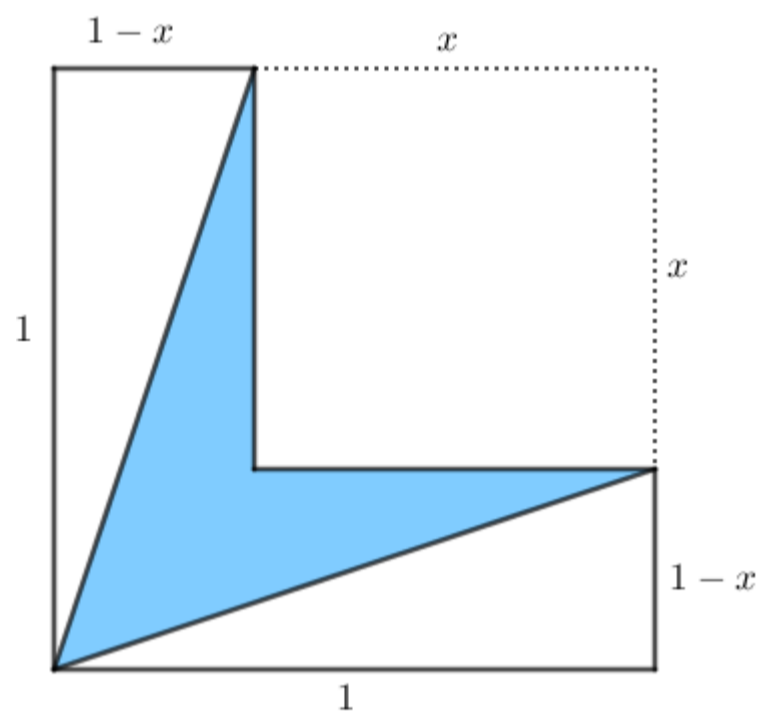
Depois de ter construído várias pontas, Artur reparou que a medida da área da região pintada em cada folha era exatamente um terço da medida da área do respectivo L.

Qual o comprimento do lado do quadrado que o Artur cortou em cada folha de papel que utilizou?

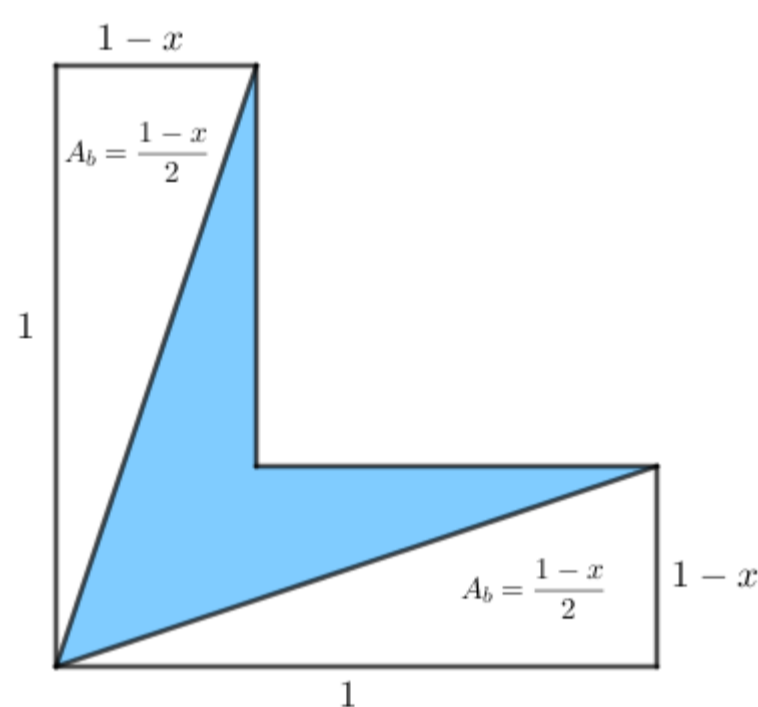
Adaptado da XIV ONM, 2012.

Solução

Vamos denotar por x o comprimento em decímetros do lado do quadrado que o Artur cortou em cada folha de papel que utilizou. Observe que, para que o L seja definido, devemos ter $0 < x < 1$.



Perceba que ficam perfeitamente determinadas as medidas das áreas não pintadas do L, já que estas são triângulos retângulos de catetos com comprimentos 1 dm e $(1 - x)$ dm: cada área mede $A_b = \frac{1 \cdot (1 - x)}{2} = \frac{1 - x}{2} \text{ dm}^2$.



Segundo informações dadas no problema, a medida da área da região pintada em cada folha era exatamente um terço da medida da área do L; assim, a área branca total corresponde a $2/3$ da área do L, ou seja, $2 \cdot A_b = \frac{2}{3} \cdot A_L$. Como a área do L é $A_L = 1^2 - x^2 = (1 - x^2) \text{ dm}^2$, segue que:

$$2 \cdot A_b = \frac{2}{3} \cdot A_L$$

$$2 \cdot \frac{1 - x}{2} = \frac{2}{3} \cdot (1 - x^2)$$

$$\cancel{2} \cdot \frac{1 - x}{\cancel{2}} = \frac{2}{3} \cdot (1 - x^2)$$

$$3 \cdot (1 - x) = 2 \cdot (1 - x^2)$$

$$3 \cdot \cancel{(1 - x)} \cdot \cancel{x \neq 1} = 2 \cdot \cancel{(1 - x)} \cdot (1 + x)$$

$$3 = 2 + 2x$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Portanto, o comprimento do lado do quadrado que o Artur cortou em cada folha de papel que utilizou era de $0,5 \text{ dm}$, ou seja, 5 cm .

Solução elaborada pelos Moderadores do Blog.