.Problema para ajudar na escola: Um reservatório d'água

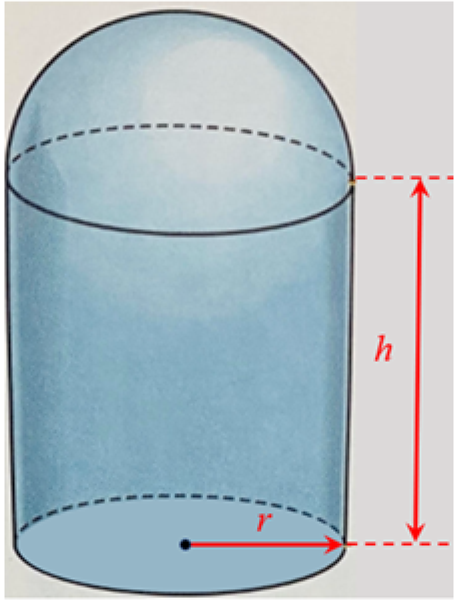
Problema

(A partir do 2º ano do E. M.- Nível de dificuldade: Fácil**)**

Um reservatório de água de um laboratório foi montado acoplando-se a um cilindro circular reto uma semiesfera de mesmo raio.

(a) Expresse o volume V do reservatório em função do raio r e da altura h do cilindro.

(b) Supondo que a altura do cilindro é igual ao diâmetro de sua base, expresse V em função de r.



Lembretes

(1) O volume de um cilindro cujo raio da base é R e altura H é dado por:

$$\boxed{V=\pi\cdot R^2\cdot H}\ \text{ unidades de volume.}$$

(2) O volume de uma esfera de raio R é dado por:

$$\boxed{V=\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot R^3}\ \text{ unidades de volume.}$$

Solução

(a) O volume do reservatório, V_R , é a soma do volume do cilindro circular reto, V_C, e o volume da semiesfera, V_S, que compõem o reservatório. Assim, vamos calcular separadamente V_C e V_S.

Vamos aos cálculos.

- De acordo com o **Lembrete (1)**, o volume do cilindro circular reto que compõe o reservatório é:

$$V_C=\pi\cdot r^2\cdot h\ \text{ unidades de volume.}$$

- O volume da semiesfera de raio r que compõe o reservatório é a metade do volume de uma esfera de raio r. Logo, de acordo com o **Lembrete (2)**, temos que:

$$V_S=\frac{\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot r^3}{2}$$
$$V_S=\frac{2}{3}\cdot\pi\cdot r^3\ \text{ unidades de volume.}$$

Portanto, segue que:

$$V_R=V_C+V_S$$
$$V_R=\pi\cdot r^2\cdot h+\frac{2}{3}\cdot\pi\cdot r^3$$
$$\boxed{V_R=\pi r^2\left(h+\frac{2}{3}r\right)\ \text{ unidades de volume}}.$$

(b) Suponha, agora, que a altura do cilindro seja igual ao diâmetro de sua base. Assim, $h=2r$ e, portanto,

$$V_R=\pi r^2\left(2r+\frac{2}{3}r\right)$$
$$V_R=\pi r^2\left(\frac{8}{3}r\right)$$
$$\boxed{V_R=\frac{8}{3}\pi r^3\ \text{ unidades de volume}}.$$

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.