.Problema para ajudar na escola: Um malabarismo numérico

Problema

(A partir do 7º ano do E. F.- Nível de dificuldade: Médio)

Irefran é uma garotinha esperta que gosta de fazer "malabarismos numéricos".
Certo dia, ela escolheu um número natural não nulo, calculou o seu dobro e, em seguida, triplicou o valor obtido. Por fim, multiplicou esse último valor por seis.
Ao somar os quatro números, ela obteve um quadrado perfeito!
Qual o menor número que Irefran pode ter escolhido?

Adaptado da **Junior Mathematical Olympiad**, 2012.

Solução

Vamos denotar por x o número natural não nulo escolhido pela Irefran e vamos analisar o efeito de cada malabarismo feito por ela;

- número escolhido: $\boxed{x}$
- $x \xrightarrow{\times 2} \boxed{2x}$
- $2x \xrightarrow{\times 3} \boxed{6x}$
- $6x \xrightarrow{\times 6} \boxed{36x}$
- Somando os quatro números: $x + 2x + 6x + 36x = \boxed{45x}$.

Logo, $\boxed{45x}$ deve ser um quadrado perfeito.
Agora, observe que $45 = 3^2 \cdot 5$; assim, para que $45x$ seja da forma $45x = (a)^2$, o menor valor para x deve ser $x = 5$. Neste caso, teremos:

$$45x = 45 \cdot 5 = (3 \cdot 5)^2 = (15)^2$$

e, portanto, o menor número que Irefran pode ter escolhido é o $\boxed{5}$.

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.