

.Problema para ajudar na escola: Cubos coloridos

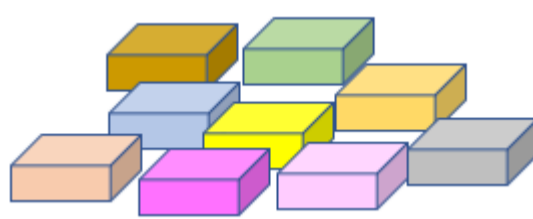


Problema

(A partir do 9º ano do E. F.- Nível de dificuldade: Difícil)

Na marcenaria do seu Joaquim, qualquer pedacinho de madeira que sobre de alguma encomenda é aproveitado. Depois da entrega de uma grande encomenda, seu Joaquim percebeu que sobraram vários pedaços de madeira, na forma de paralelepípedos retortângulos com dimensões "6 cm por 15 cm por 20 cm".

Também para aproveitar restinhos de tinta, ele pintou os paralelepípedos e resolveu montar cubos para decoração com os paralelepípedos coloridos.



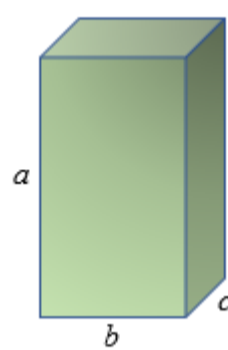
Quantos desses paralelepípedos coloridos serão necessários para que seu Joaquim monte o menor cubo possível, mantendo o tamanho original dos pequenos paralelepípedos?



Lembrete

O volume de um paralelepípedo retortângulo cujos lados expressos na mesma unidade de comprimento medem a ; b ; c é o produto dessas três medidas:

$$V = a \cdot b \cdot c .$$

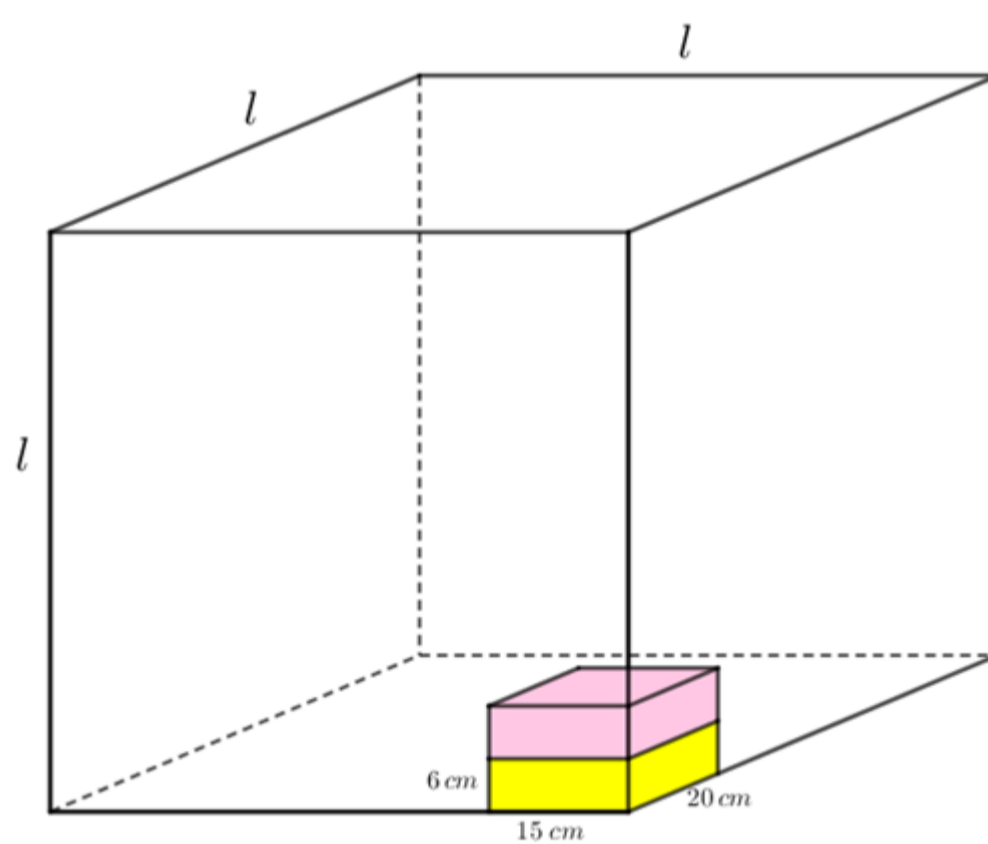


Particularmente, um cubo é um paralelepípedo retortângulo cujos lados têm o mesmo comprimento. Assim, o volume de um cubo cujos lados medem x é

$$V = x \cdot x \cdot x = x^3 .$$

Solução

Seja l o comprimento em centímetros do menor cubo que o seu Joaquim conseguirá montar utilizando os pequenos paralelepípedos.



- Como o tamanho original dos paralelepípedos deverá ser mantido, as medidas 6 cm, 15 cm e 20 cm deverão caber no comprimento l cm dos lados do cubo a ser montado. Assim, l é um múltiplo comum de 6, 15 e 20.
- Como seu Joaquim vai montar o menor cubo possível, então l é o mínimo múltiplo comum entre 6, 15 e 20, ou seja, $l = mmc(6, 15, 20)$.

Fatorando simultaneamente os números 6, 15 e 20, obtemos o *mmc* deles:

$$\begin{array}{ccc|c}
 6 & 15 & 20 & 2 \\
 3 & 15 & 10 & 2 \\
 3 & 15 & 5 & 3 \\
 1 & 5 & 5 & 5 \\
 1 & 1 & 1 & 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60
 \end{array}$$

Logo, $l = 60 \text{ cm}$ e o menor cubo que o seu Joaquim conseguirá montar como esses paralelepípedos inteiros deve ter lados medindo 60 centímetros.

Mas o problema nos pede para calcular a quantidade de paralelepípedos utilizados na montagem de cada cubo.

Então, vamos lá!

Observe que:

- O volume de cada paralelepípedo utilizado é $6 \times 15 \times 20 = 1800 \text{ cm}^3$.
- O volume de um cubo a ser montado é $60 \times 60 \times 60 = 216000 \text{ cm}^3$.

Dessa forma, se n for o número de paralelepípedos utilizados na montagem de cada cubo, segue que:

$$1800n = 216000$$

$$n = \frac{216000}{1800}$$

$$n = 120 .$$

Assim, seu Joaquim utilizará **120** paralelepípedos na montagem de cada cubo de decoração.

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.