



.Problema para ajudar na escola: Uma multiplicação com astros



Problema

(A partir do 7º ano do E. F.- Nível de dificuldade: Difícil)

(Quantum Magazine, 1992) No esqueminha com estrelas e luas mostrado abaixo, as luas representam um mesmo dígito. Quanto às estrelas, embora cada uma represente um dígito, nada sabemos sobre eles. Apesar da pouca informação, escreva numericamente a multiplicação indicada pelos astros.



Imagem extraída da revista Quantum

Solução

Iniciamos a solução fazendo algumas observações.

- No esqueminha da multiplicação, como o segundo fator tem três dígitos, deveríamos ter três parcelas para somar e obtermos as luas. Como aparecem apenas duas parcelas, colocamos a seguinte pergunta: qual é o número que não altera uma soma?

Pois é, é o zero....

Então, o segundo dígito do segundo fator do esqueminha é zero e existe uma segunda parcela formada por zeros que não foi indicada.

$$\begin{array}{r}
 \times \quad \star \quad \star \quad \star \\
 \star \quad 0 \quad \star \\
 \hline
 \star \quad \star \quad \star \quad \star \\
 0 \quad 0 \quad 0 \\
 \star \quad \star \quad \star \\
 \hline
 \text{lua} \quad \text{lua} \quad \text{lua} \quad \text{lua} \quad \text{lua}
 \end{array}$$

- As luas representam o mesmo dígito, então o produto é da forma $aaaaa$, sendo a o algarismo representado pela lua. Observe que:

$$aaaaa = a \cdot 11111$$

$$aaaaa = a \cdot (271 \cdot 41)$$

com 271 e 41 números primos.

Como 41 tem apenas dois dígitos e o segundo algarismo de 271 é diferente de zero, então $\boxed{271}$ é o primeiro fator da multiplicação em questão e $\boxed{a \cdot 41}$ é o segundo fator.

$$\begin{array}{r}
 \times \quad 2 \quad 7 \quad 1 \\
 \star \quad 0 \quad \star \\
 \hline
 \star \quad \star \quad \star \quad \star \\
 0 \quad 0 \quad 0 \\
 \star \quad \star \quad \star \\
 \hline
 \text{lua} \quad \text{lua} \quad \text{lua} \quad \text{lua} \quad \text{lua}
 \end{array}$$

Para encontrarmos o segundo fator da multiplicação, devemos determinar um algarismo a de modo que $a \cdot 41$ seja um número de três algarismos cujo segundo dígito é zero. Vamos testar:

- $1 \times 41 = 41$
- $2 \times 41 = 82$
- $3 \times 41 = 123$
- $4 \times 41 = 164$
- $5 \times 41 = 205$
- $6 \times 41 = 246$
- $7 \times 41 = 287$
- $8 \times 41 = 328$
- $9 \times 41 = 369$.

Pois bem, o único algarismo que cumpre as duas condições é $a = 5$ e, portanto, o segundo fator da multiplicação é 205.

$$\begin{array}{r}
 \times \quad 2 \quad 7 \quad 1 \\
 2 \quad 0 \quad 5 \\
 \hline
 \star \quad \star \quad \star \quad \star \\
 0 \quad 0 \quad 0 \\
 \star \quad \star \quad \star \\
 \hline
 \text{lua} \quad \text{lua} \quad \text{lua} \quad \text{lua} \quad \text{lua}
 \end{array}$$

- Pronto; já podemos completar o esqueminha da multiplicação!

$$\begin{array}{r}
 \times \quad 2 \quad 7 \quad 1 \\
 2 \quad 0 \quad 5 \\
 \hline
 1 \quad 3 \quad 5 \quad 5 \\
 0 \quad 0 \quad 0 \\
 5 \quad 4 \quad 2 \\
 \hline
 5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 \quad 5
 \end{array}$$

Portanto, omitindo a parcela 000 do esqueminha, vemos que a representação numérica da multiplicação indicada pelos astros é a mostrada a seguir.

$$\begin{array}{r}
 \times \quad 2 \quad 7 \quad 1 \\
 2 \quad 0 \quad 5 \\
 \hline
 1 \quad 3 \quad 5 \quad 5 \\
 5 \quad 4 \quad 2 \\
 \hline
 5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 \quad 5
 \end{array}$$

Solução elaborada pelos Moderadores do Blog.