

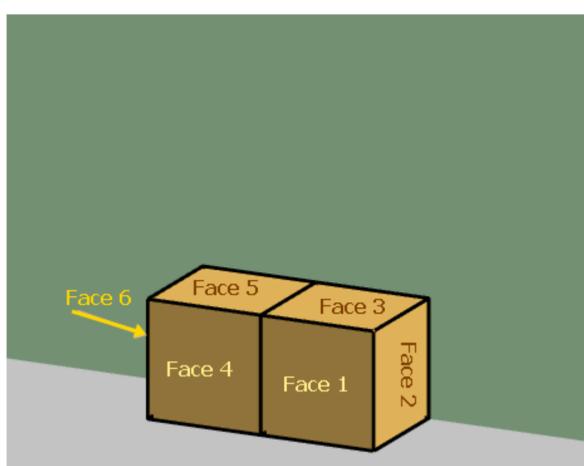
.Problema para ajudar na escola: Três faces de dois dados



Problema

(A partir do 6º ano do E. F. – Nível de dificuldade: Médio)

Dois dados comuns foram encostados em uma parede, de modo que só é possível ver três faces de cada um. Marquinho se aproximou dos dois dados e contou 27 pontos desenhados nessas faces.



Qual o total de pontos que Marquinho pode ter visto em cada um dos dois dados?

Dica



Em um dado comum, a soma dos pontos de duas faces opostas é sempre 7.

Se necessário, você pode utilizar o applet abaixo para visualizar essa afirmação.

Um applet para ajudar

Instruções:

- (1) Espere o applet carregar. (O aplicativo abrirá uma janela 3D; assim, ele pode demorar um pouquinho para carregar.)
- (2) Para movimentar o dado, clique em qualquer lugar da janela do aplicativo com o botão esquerdo do mouse, mantenha o mouse pressionado e faça o movimento.

Clique [AQUI](#) para abrir o applet.

OBMEP_srdg, aplicativo criado com o GeoGebra

Solução

A maior soma de pontos possíveis em três faces de um dado é $6 + 5 + 4 = 15$. Dessa forma, a quantidade de pontos que Marquinho viu em cada dado define duas somas, cada uma valendo no máximo 15, cuja soma é 27. (É uma soma de somas, mesmo!).

Observe que:

- Se uma das somas for 15, a outra será 12.
- Se uma das somas for 14, a outra será 13.
- Se uma das somas for 13, a outra será 14.
- Se uma das somas for 12, a outra será 15.
- Se uma das somas for 11, ou menos do que 11, mesmo que a outra seja 15, que é o máximo possível, a soma das duas somas seria menor do que 27: $11 + 15 = 26 < 27$, $10 + 15 = 25 < 27$, e assim por diante.

Portanto, temos apenas duas possibilidades: **15 e 12** ; **14 e 13**.

Será que na prática ambas são possíveis, já que pela posição dos dois dados não é possível observar duas faces que sejam opostas? Vejamos...

- As somas **15 e 12** são possíveis de serem obtidas; veja o esqueminha abaixo.



Dado 1

Dado 2

Observe também que, em cada dado, as faces que contêm a quantidade necessária de pontinhos são adjacentes e, portanto, não temos duas faces opostas sendo utilizadas.

- No caso das somas **14 e 13**, temos um problema com a soma 13.

Observe que se utilizarmos números naturais distintos menores do que 5, a maior soma possível seria $4 + 3 + 2 = 9$ e não 13. Logo, devemos utilizar o 5 ou o 6 na soma de 13. Vejamos as possibilidades.

- Utilizando o 6 teríamos os seguintes casos:

$6 + 6 + 1 = 13$; mas não temos duas faces distintas com seis pontinhos.

$6 + 5 + 2 = 13$; mas 2 e 5 são faces opostas.

$6 + 4 + 3 = 13$; mas 3 e 4 são faces opostas.

$6 + 3 + 4 = 13$; possibilidade já analisada.

$6 + 2 + 5 = 13$; possibilidade já analisada.

$6 + 1 + 6 = 13$; possibilidade já analisada.

- Utilizando o 5 teríamos os seguintes casos:

$5 + 6 + 2 = 13$; mas 2 e 5 são faces opostas.

$5 + 5 + 3 = 13$; mas não temos duas faces distintas com cinco pontinhos.

$5 + 4 + 4 = 13$; mas não temos duas faces distintas com quatro pontinhos.

$5 + 3 + 5 = 13$; possibilidade já analisada.

$5 + 2 + 6 = 13$; possibilidade já analisada.

$5 + 1 + 7 = 13$; mas não temos faces com sete pontinhos.

Então, de fato, não conseguimos obter 13 a partir de três faces adjacentes de um dado comum.

Portanto, Marquinho viu um total de **15** em um dado e **12** no outro.

Você pode visualizar a solução $15 + 12$ usando o applet disponibilizado a seguir.

Outro applet para ajudar

Instruções:

(1) Espere o applet carregar. (O aplicativo abrirá uma janela 3D; assim, ele pode demorar um pouquinho para carregar.)

(2) Para ter a mesma visualização do Marquinho, clique em qualquer lugar da janela do aplicativo com o botão esquerdo do mouse, mantenha o mouse pressionado e o movimento.

Clique [AQUI](#) para abrir o applet.

OBMEP_srdg, aplicativo criado com o GeoGebra