



.Problema para ajudar na escola: Números invertidos



Problema

(A partir do 8º ano do E. F. – Nível de dificuldade: Médio)

(PROFMAT, 2016 – Adaptado) Ao escrever um número natural de dois algarismos, Vera percebeu que a diferença entre esse número e outro escrito com os mesmos algarismos, mas em ordem inversa, era 63.

Sabendo que a soma dos dois algarismos que formam os números é igual a 11, tente descobrir qual foi o número escrito por Vera.

Solução

Vamos denotar o número que Vera escreveu por N e vamos supor que a representação de N na forma decimal seja $N = ab = 10 \cdot a + b$, com a e b algarismos, ou seja, números naturais tais que $0 \leq a \leq 9$, com $a \neq 0$, pois N tem dois algarismos.

Assim, se I denotar o número obtido pela inversão dos algarismos de N , então a forma decimal de I será $I = ba = 10 \cdot b + a$.

(Observe que, aqui, as notações ab e ba não indicam produtos e sim representações de dois números naturais no sistema decimal. Assim, por exemplo, na representação ab , a é o algarismo das dezenas e b é o algarismo das unidades.)

Pela primeira informação do problema, temos que $N - I = 63$; logo, segue que:

$$(10 \cdot a + b) - (10 \cdot b + a) = 63$$

$$10 \cdot a + b - 10 \cdot b - a = 63$$

$$(10 \cdot a - a) + (b - 10 \cdot b) = 63$$

$$9 \cdot a - 9 \cdot b = 63$$

$$a - b = 7.$$

Como a soma dos dois algarismos que formam os dois números é 11, ficamos com um sistema com duas equações:

$$\begin{cases} a + b = 11 \\ a - b = 7 \end{cases}$$

Somando as duas equações do sistema, obtemos $2 \cdot a = 18$, donde $a = 9$. Substituindo esse valor em qualquer uma das duas equações que compõem o sistema, chegamos a $b = 2$.

Dessa forma, o número escrito por Vera foi 92 .