



.Problema para ajudar na escola: Duplo três dígitos



Problema

(A partir do 6º ano do E. F.)

(UK Junior Mathematical Olympiad, 2012) Um número natural é dito **duplo três dígitos** se ele tem três dígitos e o produto de seus dígitos é também um número de três dígitos.

Por exemplo,

- $\boxed{679}$ é um número **duplo três dígitos**, pois ele tem três dígitos e o produto $6 \times 7 \times 9 = \boxed{378}$ também tem três dígitos.
- $\boxed{238}$ não é um número **duplo três dígitos**; pois, embora ele tenha três dígitos, o produto $2 \times 3 \times 8 = \boxed{48}$ tem apenas dois dígitos.

Qual é o menor número **duplo três dígitos** ?

Solução

Vamos supor que M seja o menor número **duplo três dígitos**; assim, M é da forma $M = abc$, com a , b , e c dígitos tais que o produto $a \cdot b \cdot c$ tem três algarismos.

► A primeira observação a ser feita é de que os algarismos a , b , e c são não nulos. Perceba que se um desses algarismos fosse igual a zero, o produto $a \cdot b \cdot c$ seria nulo e não teria, portanto, três algarismos.

► Agora, note que $a \neq 1$; pois, caso contrário, o maior valor que o produto $a \cdot b \cdot c$ assumiria seria $1 \cdot 9 \cdot 9 = 81$ e 81 não tem três dígitos como deveria ter.

Dessa forma, a é pelo menos 2 e, como estamos procurando o menor valor de M , então M é da forma $2bc$.

► Vamos analisar b . Note que b é no mínimo 6; pois, caso contrário, o maior valor que o produto $a \cdot b \cdot c$ assumiria seria $2 \cdot 5 \cdot 9 = 90$ e 90 também não tem três dígitos como o problema exige.

Com isso, como estamos procurando o menor valor de M , então M é da forma $26c$.

► Ao analisar os números da forma $26c$, notamos que $c = 9$; pois, caso contrário, o maior valor que o produto $a \cdot b \cdot c$ assumiria seria $2 \cdot 6 \cdot 8 = 96$ e 96 não tem três dígitos.

► Finalmente, como $2 \cdot 6 \cdot 9 = 108$, então $\boxed{M = 269}$ é o menor número **duplo três dígitos** que existe.