

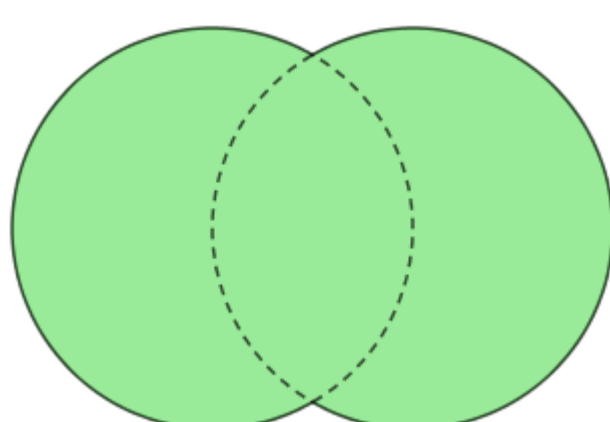
.Problema para ajudar na escola: Duas circunferências e um perímetro



Problema

(A partir do 1º ano do E. M.)

(XVI Concurso Primavera de Matemáticas, 2012) Duas circunferências de perímetro 9 cm cada foram desenhadas em uma folha de papel, de modo que cada uma passasse pelo centro da outra, resultando a figura abaixo.



Qual o perímetro da figura colorida?

Ajudas



(1) A um arco de circunferência podemos associar duas medidas distintas:

- a sua medida angular (em graus ou radianos), α ;
- a sua medida linear (em unidades de comprimento), c .

Conhecida uma delas, a outra pode ser obtida a partir da medida angular e do comprimento da circunferência que define o arco por meio de uma regra de três simples:

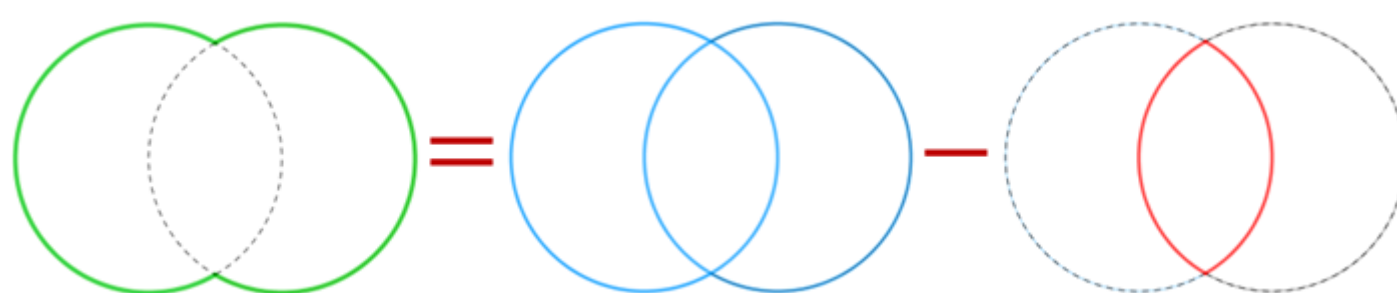
$$\begin{array}{ccc} 2\pi r & \text{-----} & 360^\circ \\ c & \text{-----} & \alpha \end{array}$$

Se você não se lembra disso, não faz mal: clique **AQUI**.

(2) Teorema de Pitágoras: Em um triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é a soma dos quadrados dos catetos.

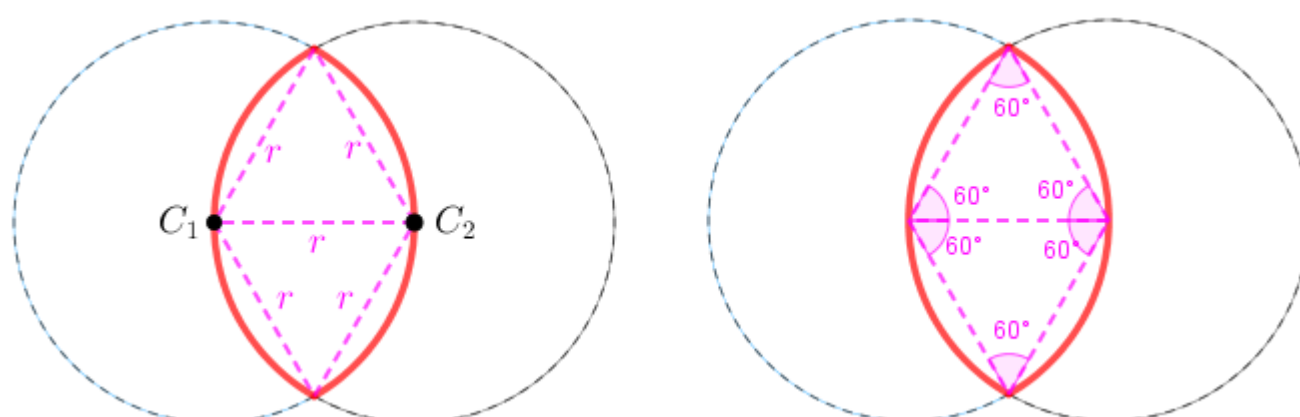
Solução

O perímetro da figura colorida em verde é o perímetro dos arcos destacados em verde na figura abaixo. Veja que esse perímetro pode ser obtido fazendo-se a diferença entre o perímetro das duas circunferências (arcos azuis) e o comprimento da linha destacada em vermelho: $P_{\text{verde}} = P_{\text{azul}} - P_{\text{verm}}$.

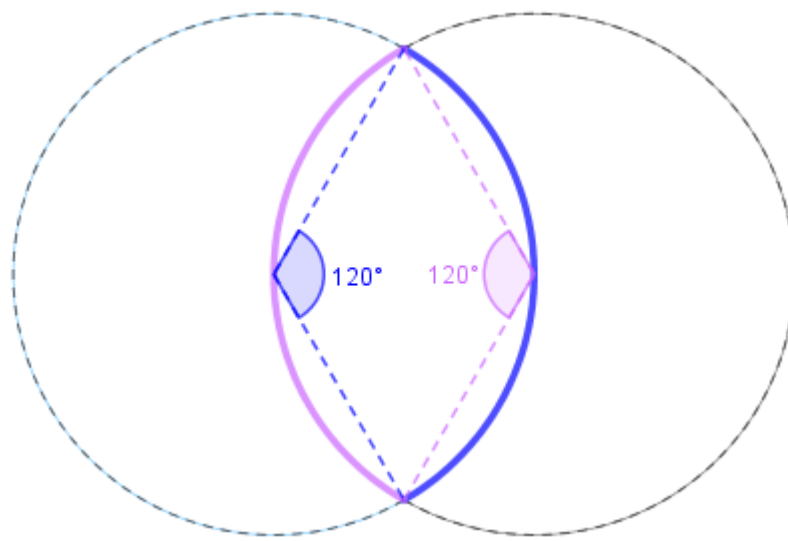


Como conhecemos o perímetro de cada circunferência, e portanto o P_{azul} , só precisaremos calcular o perímetro vermelho.

Para isso, observe que os dois triângulos mostrados na figura abaixo são definidos por raios das duas circunferências; logo, são triângulos isósceles e seus ângulos internos medem 60° .



Dessa forma, o perímetro vermelho, P_{verm} , corresponde ao perímetro de quatro arcos de 60° definidos nas duas circunferências, ou de dois arcos de 120° .



A **Ajuda (2)** nos indica que podemos determinar o comprimento c de um arco 120° definido em qualquer uma das circunferências de perímetro 9 cm utilizando uma regrinha de três simples.

$$\begin{array}{ccc} 9\text{ cm} & \text{-----} & 360^\circ \\ c & \text{-----} & 120^\circ \end{array}$$

Então

$$c = \frac{120^\circ \cdot 9}{360^\circ} = 3\text{ cm}$$

e, portanto,

$$P_{\text{verm}} = 6\text{ cm}.$$

Como $P_{\text{verde}} = P_{\text{azul}} - P_{\text{verm}}$, segue que:

$$P_{\text{verde}} = 2 \cdot 9 - 6$$

$$P_{\text{verde}} = 12\text{ cm}.$$

Assim, o perímetro da figura colorida fornecida no problema é **12 cm**.

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.