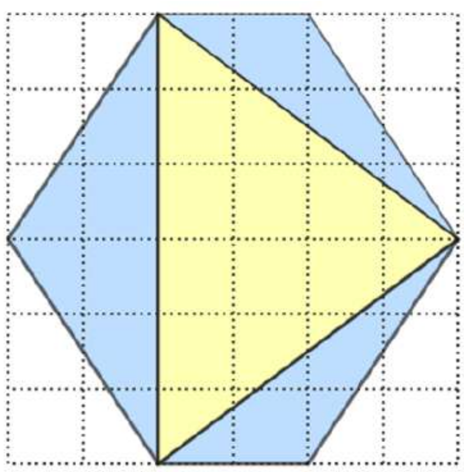
.Problema para ajudar na escola: Área azul

Problema

(A partir do 9º ano do E. F.)

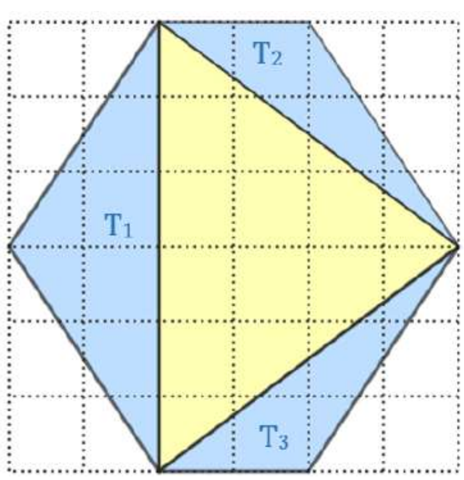
Em uma malha quadriculada, foi construído um triângulo isósceles colorido de amarelo e, sobre cada lado desse triângulo, foram construídos triângulos coloridos de azul, conforme mostra a figura. (Considere que os vértices dos triângulos construídos são vértices de quadradinhos da malha.)



(a) Sabendo-se que os lados dos quadradinhos da malha medem $2,1\,cm$ cada, determinar toda a área colorida de azul.
(b) Justifique a afirmação de que o triângulo amarelo é isósceles.

Solução

(a) Uma das maneiras de se calcular a área da região colorida de azul é calcular diretamente a área dos três triângulos coloridos de azul: triângulos $T_1, T_2,\ T_3$, cujas áreas denotaremos por $A_1, A_2,\ A_3$, respectivamente.



Considerando que os lados dos quadradinhos da malha medem $2,1\,cm$ cada, as medidas indicadas na figura ao lado podem ajudar no cálculo das áreas.

- Área do triângulo T_1:

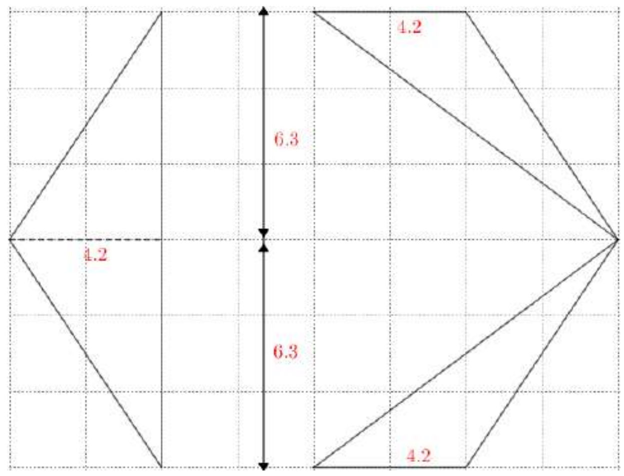
$$A_1 = \frac{12,6 \times 4,2}{2} = 26,46\, cm^2\ .$$

- Área dos triângulos T_2 e T_3:

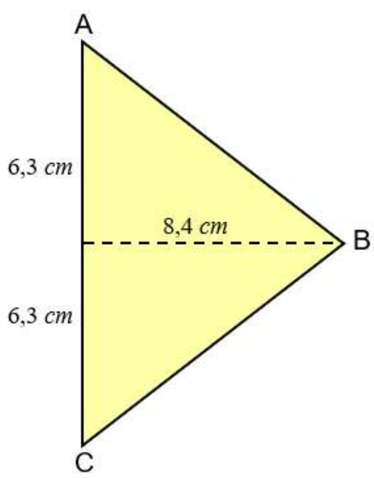
$$A_2 = A_3 = \frac{6,3 \times 4,2}{2} = 13,23\, cm^2\ .$$

Assim, a área da região colorida de azul é:

$$\begin{aligned} A_{\text{azul}} &= A_1 + A_2 + A_3 \\ A_{\text{azul}} &= 26,46 + 13,23 + 13,23 \\ \boxed{A_{\text{azul}} \right.&\left. = 52,92\, cm^2} \ . \end{aligned}$$



(b) Para justificar a afirmação de que o triângulo colorido de amarelo é isósceles, devemos garantir que dois dos lados desse triângulo têm o mesmo comprimento. Para facilitar, vamos denotar o triângulo colorido de amarelo por triângulo ABC.



- Da figura ao lado, obtemos diretamente que o comprimento do lado $\overline{AC}$ é $\boxed{12,6\, cm}$.
- Os lados $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ têm o mesmo comprimento, já que ambos os segmentos são hipotenusas de triângulos retângulos de catetos com comprimentos $6,3\, cm$ e $8,4\, cm$. Veja que, mesmo sem calcular esse comprimento, já podemos garantir que ABC é um triângulo isósceles; mas vamos fazê-lo para verificarmos se o triângulo ABC é apenas isósceles ou é equilátero. Seja, então, c o comprimento dos segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$. Do Teorema de Pitágoras, segue que:

$$\begin{aligned} c^2 &= 6,3^2 + 8,4^2 \\ c^2 &= 39,69 + 70,56 \\ c^2 &= 110,25 \\ c &= \pm\sqrt{110,25} \\ c &= \pm 10,5. \end{aligned}$$

Como c é um comprimento, temos que $\boxed{c = 10,5\, cm}$ e com isso concluímos que ABC é um triângulo isósceles, mas não equilátero.

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

Participou da discussão o Clube **OCTETO MATEMÁTICO**.