

## Clubes de Matemática da OBMEP

Disseminando o estudo da matemática

Clubes de Matemática da OBMEP



## .Problema para ajudar na escola: Vários ângulos

0

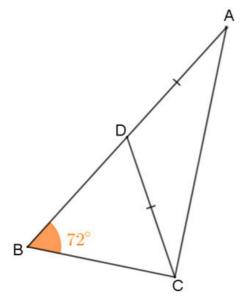
## **Problema**

(A partir do 9º ano do E. F.)

(**UK Junior Mathematical Olympiad 2012** – Adaptado) No triângulo ABC da figura:

- ullet D é um ponto do segmento AB tal que os segmentos AD e DC têm o mesmo comprimento;
- ullet a medida do ângulo  $\hat{ABC}$  é  $72^{\circ}$ ;
- ullet a medida do ângulo  $\hat{ADC}$  é cinco vezes a medida de  $\hat{DCB}$ .

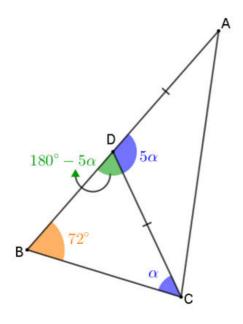
Qual a medida do ângulo  $\hat{ACD}$ ?



Observação: Figura não proporcional aos dados do problema.

## Solução

Seja  $\alpha$  a medida em graus do ângulo  $\hat{DCB}$ . Assim, a medida em graus do ângulo  $\hat{ADC}$  é  $5\alpha$  e, consequentemente, a medida de  $\hat{CDB}$  é  $180^\circ - 5\alpha$ , já que  $\hat{ADC}$  e  $\hat{CDB}$  são ângulos suplementares.



Como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é  $180^\circ$  , observando o triângulo BDC segue que

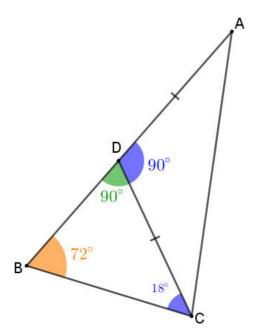
$$(180^{\circ} - 5\alpha) + \alpha + 72^{\circ} = 180^{\circ}$$

$$180^{\circ} - 5\alpha + \alpha + 72^{\circ} = 180^{\circ}$$

$$4\alpha = 72^{\circ}$$

$$\alpha = 18^{\circ}$$
.

A partir da medida lpha, obtemos que a medida do ângulo  $\hat{ADC}$  é  $5 imes 18^\circ = 90^\circ.$ 



Finalmente, já podemos calcular a medida do ângulo  $\hat{ACD}$ .

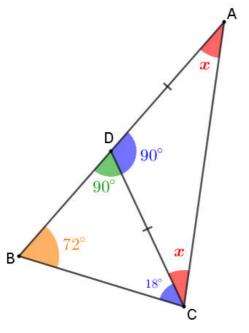
Note que  $\hat{ACD}$  é um dos ângulos da base de um triângulo isósceles; assim, se sua medida em graus for denotada por x, então a medida do ângulo  $\hat{DAC}$  também será x. Com isso, utilizando mais uma vez que "a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é  $180^\circ$ " segue que:

$$x + 90^{\circ} + x = 180^{\circ}$$

$$2x + 90^\circ = 180^\circ$$

$$2x = 90^{\circ}$$

$$x=45^{\circ}$$
.



Pelo exposto, a medida do ângulo  $\hat{ACD}$  é  $\boxed{45^{\circ}}$  .

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog.** 

