

.Problema para ajudar na escola: Vamos preencher uma tabela?



Problema

(A partir do 9º ano do E. F.)

Vamos preencher uma tabela 3×3 com os números

$\{1, 7, 9, 11, 12, 14, 16, 17, 19\}$

de tal forma que:

- nos cantos do tabuleiro escreveremos apenas números primos;
- no centro do tabuleiro não escreveremos um quadrado perfeito.

De quantas formas podemos fazer o preenchimento?

?	?	?
?	?	?
?	?	?

Ajuda

Princípio Fundamental da Contagem, ou Princípio Multiplicativo, para três eventos:



Se

- um evento **E1** puder ocorrer de m_1 maneiras,
- um evento **E2** puder ocorrer de m_2 maneiras,
- um evento **E3** puder ocorrer de m_3 maneiras,

e todos esses eventos forem independentes entre si, isto é, a ocorrência de um não muda a quantidade de possibilidades para a ocorrência de outro, então a quantidade de maneiras em que os três eventos ocorrem ao mesmo tempo é

$$m_1 \times m_2 \times m_3 .$$

(Se você não se lembra desse Princípio, seria interessante dar uma passadinha **nesta Sala de Estudo.**)

Solução

Observemos inicialmente que dentre os números 1, 7, 9, 11, 12, 14, 16, 17, 19:

- quatro são primos: 7, 11, 17, 19;

- três são quadrados perfeitos: $1 = 1^2$, $9 = 3^2$, $16 = 4^2$.

Vamos então à contagem do número de modos com que podemos preencher a tabela 3×3 do problema.

(i) Vamos iniciar o preenchimento pelos cantos da tabela. Note que temos quatro números primos que devem ser colocados nos cantos da tabela. Assim, como são quatro números a serem colocados em quatro lugares, podemos fazê-lo de $4! = 24$ maneiras diferentes.

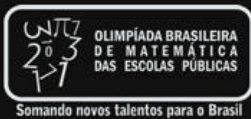
(ii) Vamos agora preencher o centro da tabela e, no centro, devemos colocar um número que não seja um quadrado perfeito. Temos cinco números não utilizados: 1, 9, 12, 14, 16 e, desses, três são quadrados perfeitos. Dessa forma, devemos utilizar para o centro da tabela o 12 ou o 14, ou seja, temos 2 possibilidades.

(iii) Feito o preenchimento dos cantos e do centro da tabela, restam ainda $9 - 4 - 1 = 4$ números a serem utilizados em quatro posições, sendo que esses números podem ocupar qualquer uma dessas quatro posições. Então podemos distribuí-los de $4! = 24$ maneiras.

Por (i), (ii) e (iii), utilizando o Princípio Fundamental da Contagem, concluímos que a tabela pode ser preenchida de $24 \times 2 \times 24 = 1152$ maneiras diferentes.

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Apoio



Realização



MINISTÉRIO DA
CIÊNCIA, TECNOLOGIA,
INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO

