



.Problema para ajudar na escola: Vamos contar?



Problema

(A partir do 8º ano do E. F.)

(OME, 2003 – Adaptado) Quantas ternas ordenadas (x, y, z) de números naturais maiores do que 1 são tais que

$$x \cdot y \cdot z = 5^{30} ?$$

Ajuda

A soma dos t primeiros números naturais não nulos é dada por

$$1 + 2 + 3 + \dots + t = \frac{(1+t) \cdot t}{2} . \text{ (Se precisar, visite [esta página](#).)}$$



Solução

Sejam x, y, z números naturais maiores do que 1 tais que $x \cdot y \cdot z = 5^{30}$.

Como 5 é primo e x, y, z são números naturais maiores do que 1, então:

- $x \cdot y \cdot z = 5^a \cdot 5^b \cdot 5^c = 5^{a+b+c} = 5^{30}$, com a, b, c números naturais não nulos.

Dessa forma, o número de ternas ordenadas (x, y, z) de números naturais maiores do que 1 tais que $x \cdot y \cdot z = 5^{30}$ é igual ao número de ternas ordenadas (a, b, c) de números naturais não nulos tais que $a + b + c = 30$.

Vamos então fazer a contagem das ternas ordenadas (a, b, c) ; para isso, observe a tabela abaixo.

a	b	c	Número de ternas
1	1	28	28
1	2	27	
1	3	26	
...	
1	27	2	

1	28	1	
2	1	27	27
2	2	26	
2	3	25	
...	
2	26	2	
2	27	1	
3	1	26	26
3	2	25	
3	3	24	
...	
3	25	2	
3	26	1	
⋮	⋮	⋮	⋮
27	1	2	2
27	2	1	
28	1	1	1

Analisando a tabela e utilizando a fórmula do Lembrete, concluímos que o número de ternas que satisfazem as condições do problema é dado por:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 27 + 28 = \frac{(1 + 28) \cdot 28}{2} = \boxed{406}.$$

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Somando novos talentos para o Brasil

Apoio



Realização

