

.Problema para ajudar na escola: Uma área colorida no interior de um quadrado

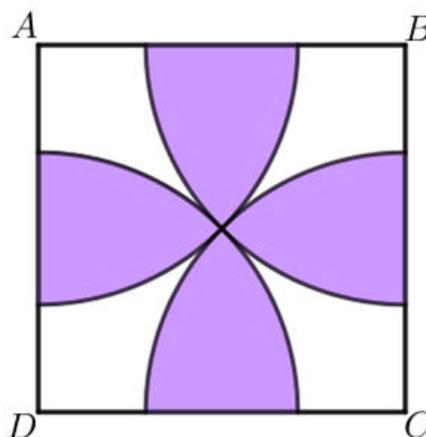


Problema

(A partir da 1ª série do E. M.)

No interior de um quadrado de lados com comprimento 6 cm , foi feito o desenho colorido mostrado na imagem abaixo.

A região colorida foi traçada a partir de arcos de circunferências com centros nos vértices do quadrado, todos passando pelo centro do quadrado.



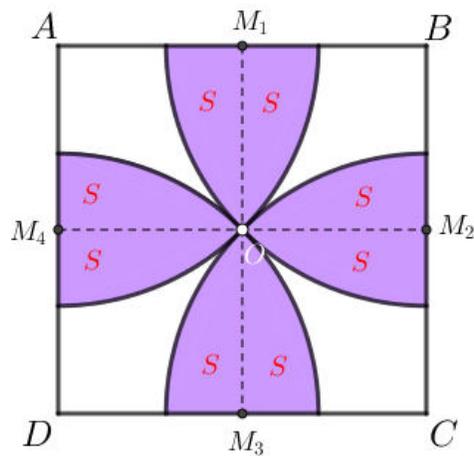
Qual a medida da área colorida?

Solução

Conforme indicado na figura a seguir, denotaremos por:

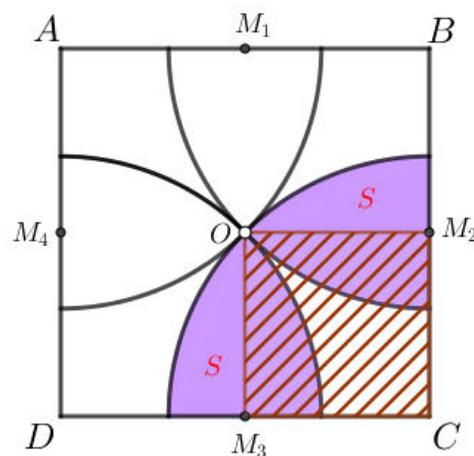
- O o centro do quadrado $ABCD$;
- M_1 o ponto médio do lado AB ;
- M_2 o ponto médio do lado BC ;
- M_3 o ponto médio do lado CD ;

- M_4 o ponto médio do lado DA ;



Observe que os segmentos OM_1, OM_2, OM_3, OM_4 dividem a região colorida em oito partes iguais, cada uma com medida de área S .

A figura abaixo nos mostra que um quarto da área do círculo de raio OC é igual à área de $2S$ mais a área do quadrado OM_2CM_3 ; logo, $2S$ corresponde à diferença entre as medidas das áreas de um quarto do círculo de raio OC e de um quadrado cujos lados medem a metade do comprimento dos lados do quadrado original $ABCD$.



- Como os lados do quadrado $ABCD$ medem 6 cm , os lados do quadrado menor medem 3 cm e, conseqüentemente, sua área mede $\boxed{9\text{ cm}^2}$. (i)

- Note que o segmento OC é a diagonal do quadrado OM_2CM_3 cujos lados sabemos que medem 3 cm ; assim, se x for a medida em centímetros de OC , pelo Teorema de Pitágoras segue que:

$$\begin{aligned}x^2 &= 3^2 + 3^2 \\x^2 &= 18 \\x &= 3\sqrt{2}\text{ cm}.\end{aligned}$$

Dessa forma, a medida da área de um quarto do círculo de raio OC é dada por

$$\boxed{\frac{\pi(3\sqrt{2})^2}{4} = \frac{9\pi}{2}\text{ cm}^2}. \quad (ii)$$

Portanto, por (i) e (ii), temos que $2S = \left(\frac{9\pi}{2} - 9\right)\text{ cm}^2$.

Finalmente, podemos calcular a medida da **área colorida**, já que esta é igual a $8S$:

$$8S = 4 \times (2S) = 4 \times \left(\frac{9\pi}{2} - 9 \right) = (18\pi - 36) \text{ cm}^2.$$

Logo, a medida da **área colorida** dada no problema é $18(\pi - 2) \text{ cm}^2$.

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Apoio



Realização

impa

