

.Problema para ajudar na escola: Uma venda em quatro atendimentos



Problema

(A partir da 2ª série do E. M.)

De cada 10 clientes que Leandro atende na loja onde trabalha, ele consegue efetivar a venda para 3. Levando-se em consideração que a decisão de compra ou não de um cliente não influencia na decisão de outro, qual a probabilidade de que Leandro consiga efetivar pelo menos uma venda em quatro atendimentos?

Solução 1

Inicialmente, observe que, como de cada 10 clientes que Leandro atende, ele consegue efetivar a venda para 3, a probabilidade de uma venda ser efetuada é $\frac{3}{10}$ ou 0,3 e, conseqüentemente, a probabilidade de uma venda NÃO ser efetuada é $\frac{7}{10}$ ou 0,7.

Em seguida, vamos tentar entender o que significa o Leandro efetivar "**pelo menos uma venda em quatro atendimentos**". Para isso, suponha que ele vá atender aos clientes A, B, C e D.

Se o Leandro tem que efetivar pelo menos uma venda com relação ao atendimento desses quatro clientes, isso significa que ele pode efetivar exatamente uma venda, **ou** exatamente duas vendas, **ou** exatamente três vendas, **ou** exatamente quatro vendas.

- Efetivar exatamente uma venda no atendimento aos clientes A, B, C e D, por sua vez, significa uma e somente uma das seguintes situações:
 - A comprou e os demais não compraram;
 - B comprou e os demais não compraram;
 - C comprou e os demais não compraram;
 - D comprou e os demais não compraram.

Assim, a probabilidade de apenas uma venda ser efetivada é dada por:

$$P_1 = \left[\frac{3}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{7}{10} \right] + \left[\frac{7}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{7}{10} \right] + \left[\frac{7}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{10} \right] + \left[\frac{7}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{3}{10} \right]$$

$$P_1 = 4 \times \left[\frac{3}{10} \times \left(\frac{7}{10} \right)^3 \right]$$

$$P_1 = 0,4116.$$

- Efetivar exatamente duas vendas no atendimento aos clientes A, B, C e D, por sua vez, significa uma e somente uma das seguintes situações:
 - "A e B compraram" e "C e D não compraram";
 - "A e C compraram" e "B e D não compraram";
 - "A e D compraram" e "B e C não compraram";
 - "B e C compraram" e "A e D não compraram";
 - "B e D compraram" e "A e C não compraram";
 - "C e D compraram" e "A e B não compraram".

Assim, a probabilidade de apenas duas vendas serem efetivadas é dada por:

$$P_2 = \left[\frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{7}{10} \right] + \left[\frac{3}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{10} \right] + \left[\frac{3}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{3}{10} \right] + \left[\frac{7}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{10} \right] + \left[\frac{7}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{3}{10} \right] + \left[\frac{7}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \right]$$

$$P_2 = 6 \times \left[\left(\frac{3}{10} \right)^2 \times \left(\frac{7}{10} \right)^2 \right]$$

$$P_2 = 0,2646.$$

- Efetivar exatamente três vendas no atendimento aos clientes A, B, C e D, por sua vez, significa uma e somente uma das seguintes situações:
 - "A e B e C compraram" e "D não comprou";
 - "A e B e D compraram" e "C não comprou";
 - "A e C e D compraram" e "B não comprou";
 - "B e C e D compraram" e "A não comprou".

Assim, a probabilidade de apenas três vendas serem efetivadas é dada por:

$$P_3 = \left[\frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{10} \right] + \left[\frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{3}{10} \right] + \left[\frac{3}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \right] + \left[\frac{7}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \right]$$

$$P_3 = 4 \times \left[\left(\frac{3}{10} \right)^3 \times \frac{7}{10} \right]$$

$$P_3 = 0,0756.$$

- Finalmente, efetivar exatamente quatro vendas no atendimento aos clientes A, B, C e D, significa que:
 - "A e B e C e D compraram"

e a probabilidade de isso ocorrer é dada por:

$$P_4 = \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{3}{10}$$

$$P_4 = \left(\frac{3}{10}\right)^4$$

$$P_4 = 0,0081$$

Agora que já temos as probabilidades de serem efetivas exatamente uma, exatamente duas, exatamente três vendas e exatamente quatro vendas, vamos calcular a probabilidade final que é a de Leandro conseguir efetivar "exatamente uma venda" **ou** "exatamente duas vendas", **ou** "exatamente três vendas", **ou** "exatamente quatro vendas":

$$P = 0,4116 + 0,2646 + 0,0756 + 0,0081$$

$$P = 0,7599$$

Veja o esqueminha abaixo.

exatamente 1	ou	exatamente 2	ou	exatamente 3	ou	exatamente 4
0,4116	+	0,2646	+	0,0756	+	0,0081

Portanto, a probabilidade de que Leandro consiga efetivar pelo menos uma venda em quatro atendimentos é $0,7599$, ou aproximadamente 76% .

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

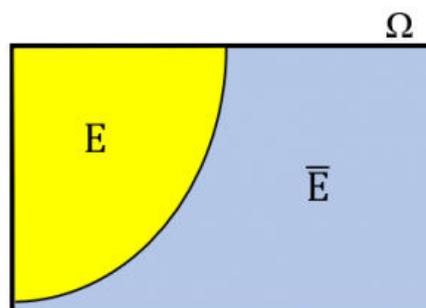


Poderíamos ter poupado todos esses cálculos se tivéssemos utilizado a chamada "probabilidade complementar".
O que é isso?
– Veja a **AJUDA** abaixo.

AJUDA

Sabemos que um evento E pode ocorrer ou não. Se o evento E for relativo a um espaço amostral Ω , o evento associado à não ocorrência de E é denominado o **complementar de E com relação a Ω** e é denotado por \bar{E} .

- Logo, \bar{E} ocorre se, e somente se, E não ocorrer.



Dessa forma, se P for a probabilidade de que o evento E ocorra (sucesso) e Q for a probabilidade de que E não ocorra (insucesso), então Q é a probabilidade do evento complementar \bar{E} , ou simplesmente probabilidade complementar de P , e temos a seguinte relação: $P + Q = 1$.

Solução 2

No caso específico do nosso problema, o evento E é o Leandro "efetivar pelo menos uma venda no espaço amostral formado pelos quatro clientes A, B, C e D" e o evento \bar{E} é o Leandro "NÃO efetivar pelo menos uma venda no espaço amostral formado pelos quatro clientes A, B, C e D", ou seja, o Leandro "efetivar 0 vendas". Então P é a probabilidade que queremos e Q é a probabilidade que vamos calcular.

Leandro ter efetivado 0 vendas significa que ele "não efetivou a venda para o cliente A" e "não efetivou a venda para o cliente B" e "não efetivou a venda para o cliente C" e "não efetivou a venda para o cliente D".

Como de cada 10 clientes que Leandro atende ele consegue efetivar a venda para 3, a probabilidade de uma venda ser efetuada é $\frac{3}{10}$ ou 0,3 e, conseqüentemente, a probabilidade de uma venda NÃO ser efetuada é $\frac{7}{10}$ ou 0,7.

Assim, como os eventos são independentes, segue que:

$$Q = \frac{7}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{7}{10}$$

$$Q = \left(\frac{7}{10}\right)^4$$

$$Q = 0,2401.$$

Portanto, a probabilidade P de que Leandro consiga efetivar pelo menos uma venda em quatro atendimentos é dada por:

$$P = 1 - Q$$

$$P = 1 - 0,2401$$

$$P = 0,7599,$$

ou seja, 76%, aproximadamente.

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Somando novos talentos para o Brasil

Apoio



Realização



MINISTÉRIO DA
CIÊNCIA, TECNOLOGIA,
INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO

