



.Problema para ajudar na escola: Uma regra curiosa

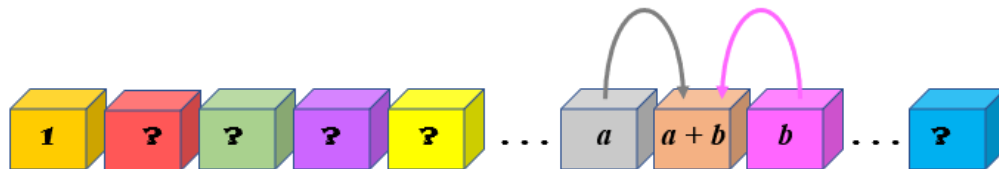


Problema

(A partir do 9º ano do E. F.)

(XXX OPM – Adaptado) Fernanda estava brincando com algumas caixas coloridas de papelão que ela ganhou. Depois de enfileirá-las, decidiu marcar cada caixa com um número inteiro, segundo uma regra curiosa:

- A primeira caixa foi marcada com o número 1.
- A partir da primeira, o número com que Fernanda marcou cada caixa foi a soma dos números com que ela marcou a caixa anterior e a seguinte.



Quantas caixas Fernanda conseguiu marcar sem repetir números já utilizados?

Solução

Suponha que a segunda caixa tenha sido marcada com o número x .

Dessa forma:

- A terceira foi marcada assim

$$1 \quad x \quad t_3 = x - 1,$$

já que $x = 1 + t_3$.

- A quarta caixa foi marcada assim

$$1 \quad x \quad x - 1 \quad t_4 = -1,$$

já que $t_4 + x = x - 1$.

- A quinta caixa foi marcada assim

$$1 \quad x \quad x - 1 \quad -1 \quad t_5 = -x,$$

já que $t_5 + x - 1 = -1$.

- A sexta caixa foi marcada assim

$$1 \quad x \quad x - 1 \quad -1 \quad -x \quad t_6 = -x + 1,$$

já que $t_6 - 1 = -x$.

- A sétima caixa foi marcada assim

$$1 \quad x \quad x - 1 \quad -1 \quad -x \quad -x + 1 \quad t_7 = 1,$$

já que $t_7 - x = -x + 1$.

Perceba, então, que a sétima caixa necessariamente tem numeração repetida; mas, dependendo do x , existem outras situações nas quais a numeração repetida ocorre antes. Vejamos:

- Se $x = 1$, já a segunda caixa terá numeração repetida.

$$1 \quad 1 \quad 0$$

- Se $x = 2$, a terceira caixa terá numeração repetida.

$$1 \quad 2 \quad 1$$

- Se $x = -1$, a quarta caixa terá numeração repetida.

$$1 \quad -1 \quad -2 \quad -1$$

- Se $x = 0$, a quarta caixa terá numeração repetida.

1 0 -1 -1

Portanto, excluindo os casos isolados $x = 1$, $x = 2$, $x = -1$ e $x = 0$, concluímos que, para quaisquer outros valores de x , **a sétima caixa terá numeração repetida pela primeira vez** e, assim, Fernanda conseguiu marcar seis caixas sem repetir nenhum número já utilizado.

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

Participou da discussão o Clube: **Faapers**.

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Apoio



Realização

impa



MINISTÉRIO DA
CIÊNCIA, TECNOLOGIA,
INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO

