

.Problema para ajudar na escola: Um perímetro vermelho



Problema

(A partir do 9º ano do E. F.)

(Extraído da **XV Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina** – 2012) A partir de cinco quadrados de lados com comprimentos de 1 cm foi construído o polígono na forma de cruz mostrado na **Figura 1**.

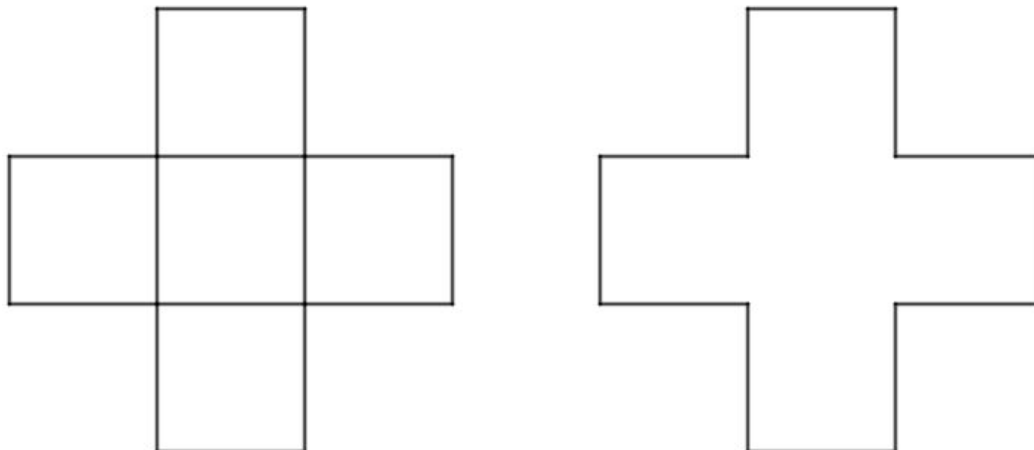


Figura 1

Esse polígono foi rotacionado em torno de seu centro, segundo um ângulo de 45° , resultando na **Figura 2**. Parte dessa figura foi colorida de vermelho e destacada como na **Figura 3**.

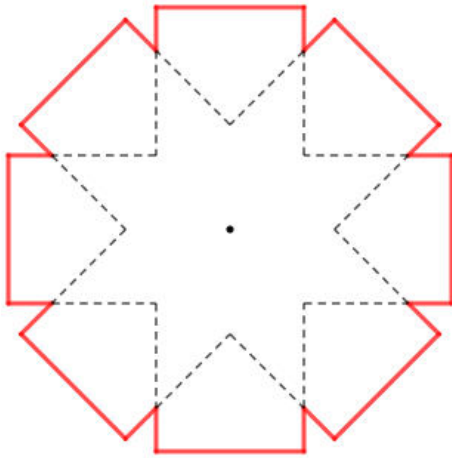


Figura 2

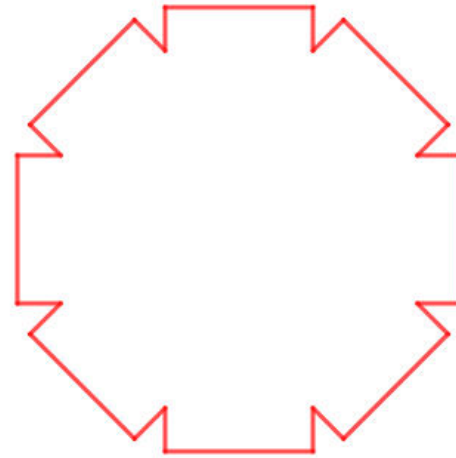
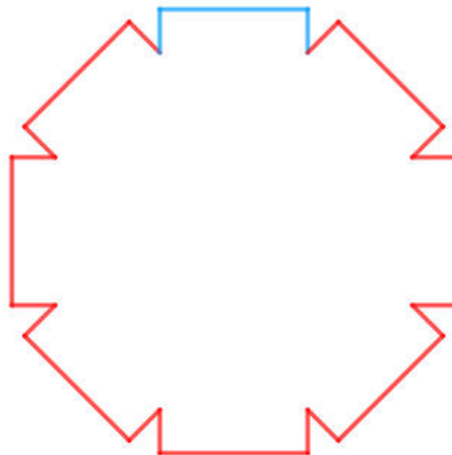


Figura 3

Calcule o comprimento do perímetro da **Figura 3**.

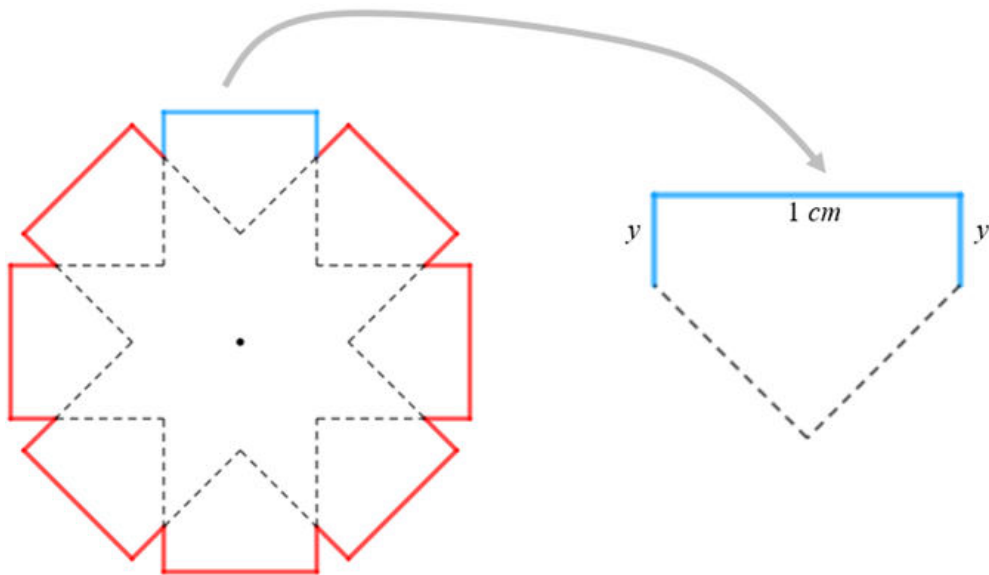
Solução

Devido à simetria da construção, o comprimento C do perímetro a ser calculado equivale a oito vezes o comprimento P do perímetro colorido de azul na figura em questão.



Para calcular esse comprimento, vamos desenhar e ampliar parte da **Figura 2**.

Observe que dos três segmentos de reta azuis já conhecemos o comprimento do maior; precisamos então do comprimento dos dois menores, comprimento esse que denotaremos por y .



Como o ponto A destacado na figura ao lado é vértice de um quadrado (Veja figura inicial do problema), o triângulo ABC é retângulo. Além disso, devido à rotação de 45° , as medidas dos ângulos de vértices em B e C são ambas 45° e, portanto, o triângulo ABC é isósceles.

Denotando a medida em centímetros dos segmentos AB e AC por x , do Teorema de Pitágoras, segue que:

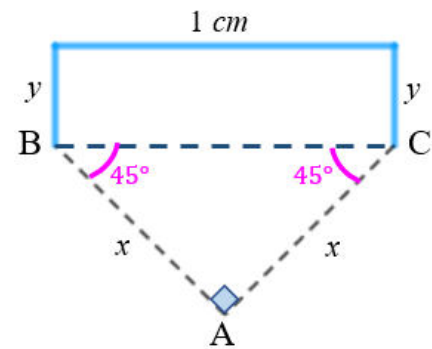
$$x^2 + x^2 = 1^2$$

$$2x^2 = 1$$

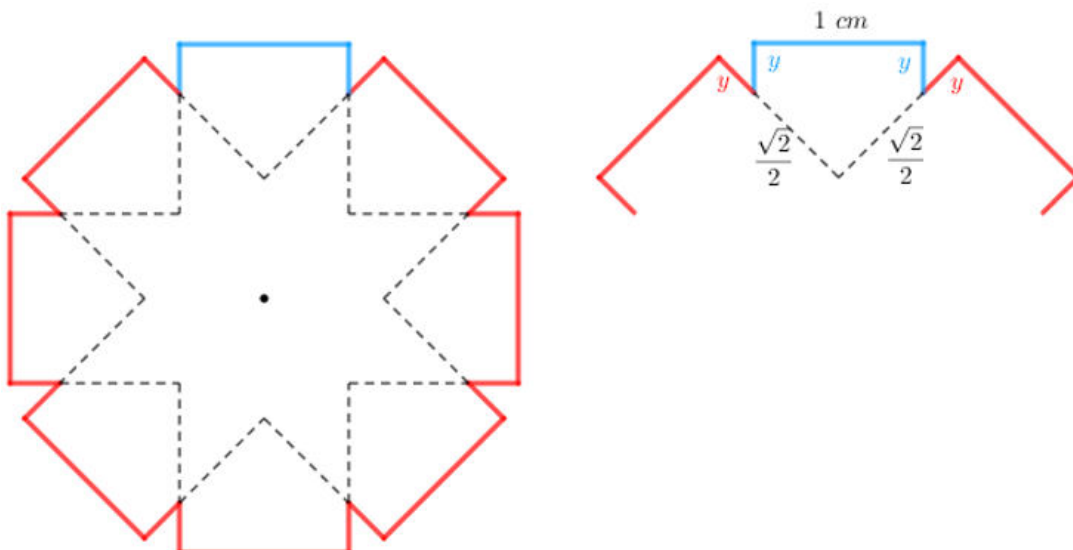
$$x^2 = \frac{1}{2}$$

$$x = \sqrt{\frac{1}{2}}, \text{ já que } x > 0$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ cm}.$$



Para calcular o comprimento do perímetro colorido de azul, basta determinar y e, para isso, observemos uma vez mais parte da **Figura 2**.



Perceba que $y + \frac{\sqrt{2}}{2}$ é o comprimento do lado de um dos cinco quadrados que originaram a figura final; logo, segue que:

$$y + \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$$

$$y = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

e, portanto, o comprimento P do perímetro colorido de azul é:

$$P = 2y + 1$$

$$P = 2 \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 1$$

$$P = 2 - \sqrt{2} + 1$$

$$P = 3 - \sqrt{2} \text{ cm.}$$

Finalmente, como $C = 8P$, então:

$$C = 8P$$

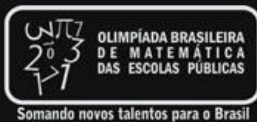
$$C = 8 \cdot (3 - \sqrt{2})$$

$$C = 24 - 8\sqrt{2} \text{ cm.}$$

Assim, o comprimento do perímetro da **Figura 3** é $24 - 8\sqrt{2} \text{ cm}$, aproximadamente, $12,7 \text{ cm}$.

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Apoio



Realização

impa



MINISTÉRIO DA
CIÊNCIA, TECNOLOGIA,
INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO



PÁTRIA AMADA
BRASIL
GOVERNO FEDERAL