

.Problema para ajudar na escola: Sistema de desigualdades



Problema

(A partir da 1ª série do E. M.)

Considerando que x e y são números reais, resolva o seguinte sistema de desigualdades:

$$\begin{cases} y < 3x + 6 \\ x > -3 \\ y \leq 2 \end{cases} .$$

Solução

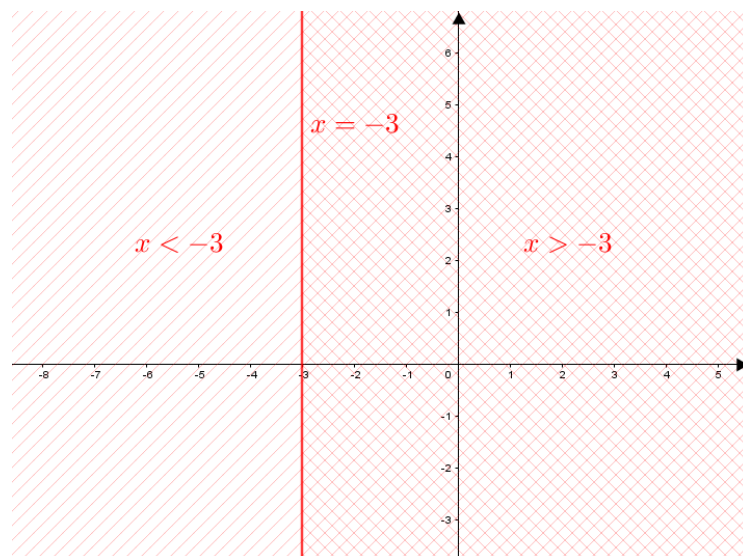
Perceba que dos pares ordenados de números reais (x, y) tais que $x > -3$ e $y \leq 2$ teremos que determinar quais satisfazem a desigualdade $y < 3x + 6$.

Algebricamente não conseguimos exibir todos os pares ordenados que satisfazem as três desigualdade; conseguimos apenas trocar "seis por meia dúzia" e escrever que a solução S do sistema de desigualdades em questão é:

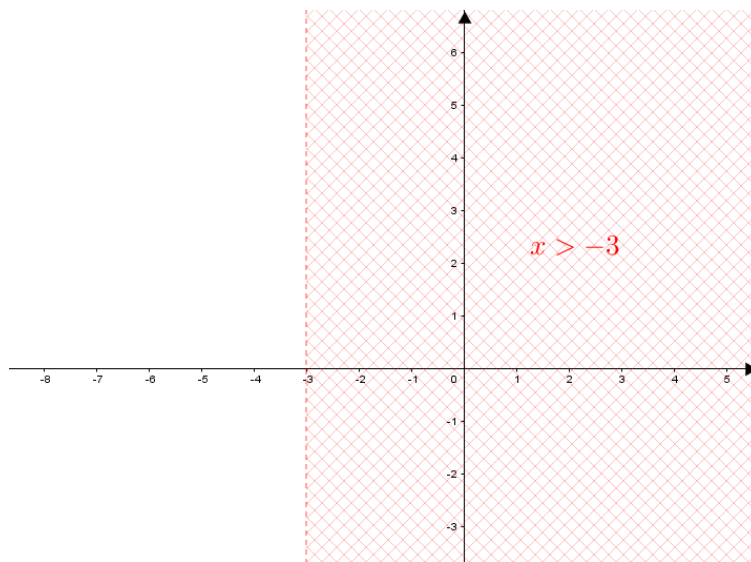
$$S = \{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x > -3, y \leq 2 \text{ e } y < 3x + 6 \} .$$

Dessa forma, vamos exibir "geometricamente" todas as soluções, analisando uma a uma as três desigualdades. Vamos lá!

- Sabemos que a reta r definida por $x = -3$ divide um plano cartesiano xOy em três regiões disjuntas:
 - os pontos (x, y) que estão sobre a reta r ,
 - os pontos (x, y) que estão à direita da reta r ,
 - os pontos (x, y) que estão à esquerda da reta r .

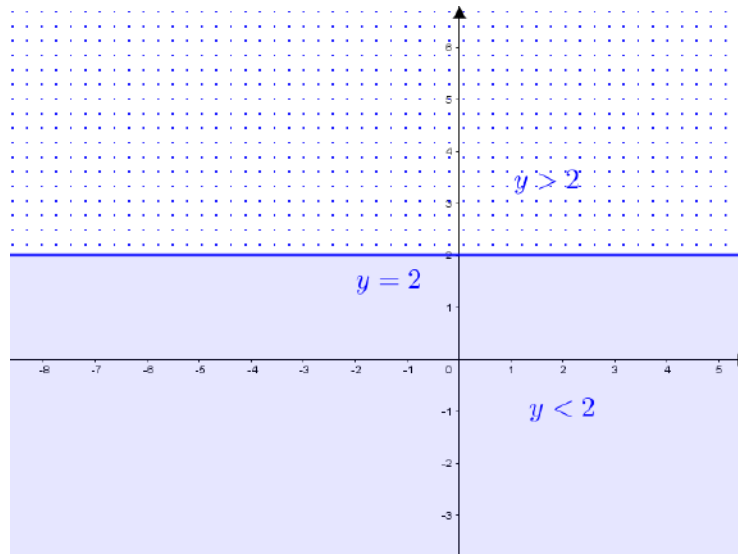


Para atender à desigualdade $x > -3$, nos interessam os pontos que estão à direita de r .

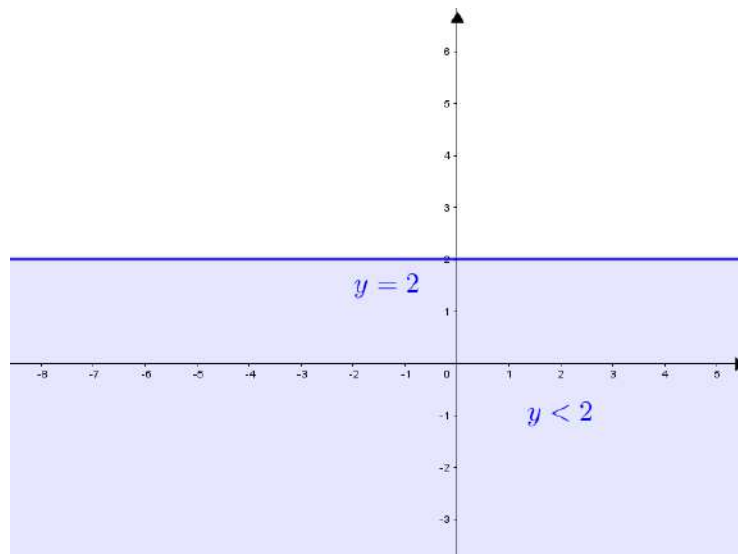


• Sabemos que a reta s definida por $y = 2$ divide um plano cartesiano xOy em três regiões disjuntas:

- os pontos (x, y) que estão sobre a reta s ,
- os pontos (x, y) que estão acima da reta s ,
- os pontos (x, y) que estão abaixo da reta s .

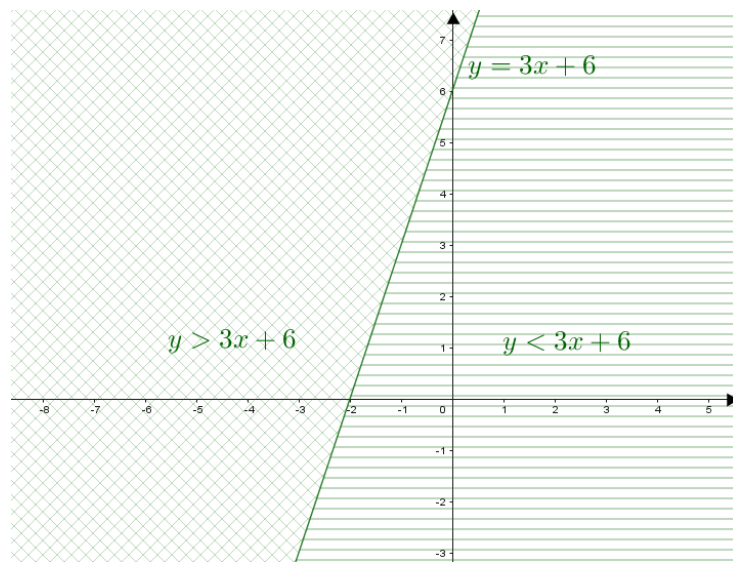


Aqui, para atender à desigualdade $y \leq 2$, nos interessam os pontos que estão abaixo de s ($y < 2$) e também os pontos que estão sobre s ($y = 2$).

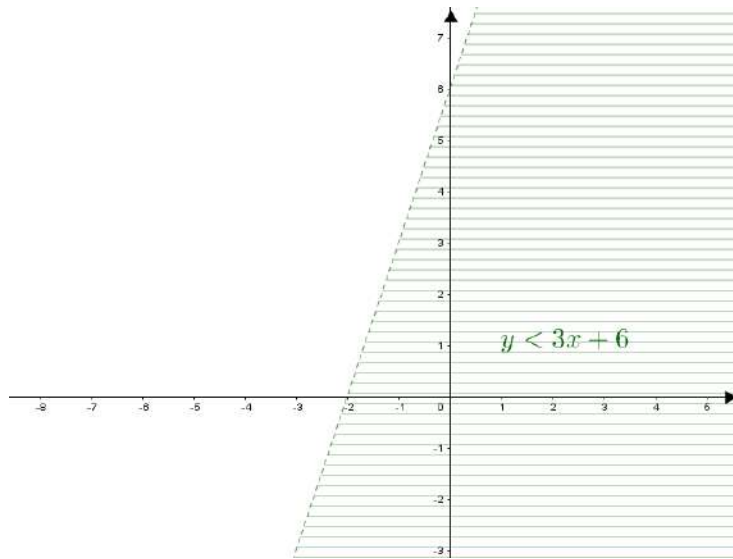


• Sabemos, também, que a reta t definida por $y = 3x + 6$ divide um plano cartesiano xOy em três regiões disjuntas:

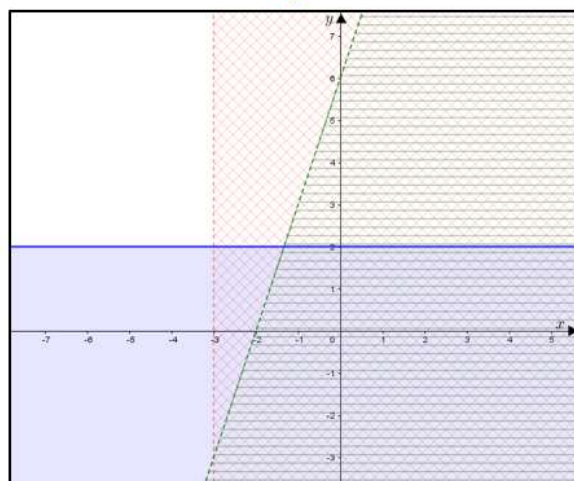
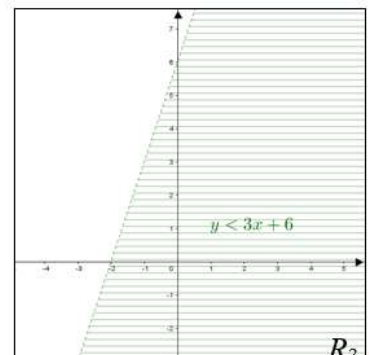
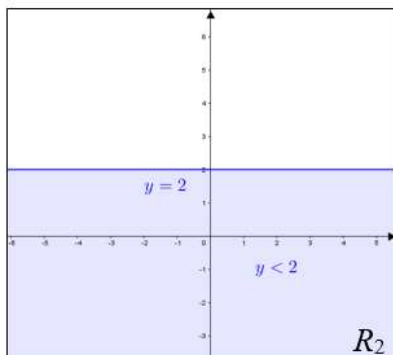
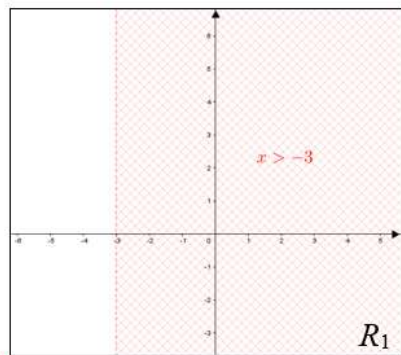
- os pontos (x, y) que estão sobre a reta t ,
- os pontos (x, y) que estão acima da reta t ,
- os pontos (x, y) que estão abaixo da reta t .



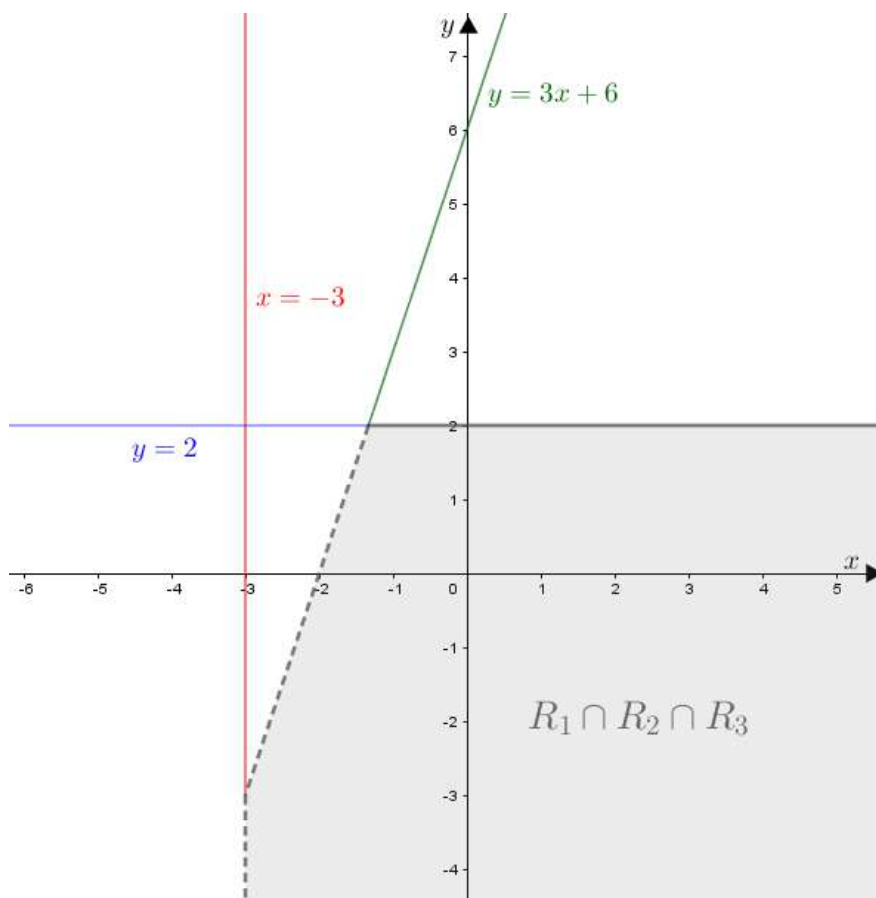
Para atender esta desigualdade $y < 3x + 6$, nos interessam os pontos que estão abaixo de t .



Vamos, agora, observar as três regiões que representam geometricamente as desigualdades que compõem o sistema, para fazermos a interseção delas, já que as três desigualdades devem ser simultaneamente satisfeitas.



Passando a limpo, a solução da desigualdade proposta no problema é a região destacada na figura abaixo. Observem atentamente as fronteiras da região.



Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Apoio



Realização

