



.Problema para ajudar na escola: Simplifique...



Problema

(A partir do 9º ano do E. F.)

Sabendo que n é um número real maior do que 1, simplifique a seguinte expressão:

$$\sqrt[n-1]{\frac{3^{n-1} + 4^{n-1} + 6^{n-1}}{4^{1-n} + 6^{1-n} + 8^{1-n}}}$$

Solução

Vamos observar com atenção a fração que está no radical:

$$\begin{aligned}\frac{3^{n-1} + 4^{n-1} + 6^{n-1}}{4^{1-n} + 6^{1-n} + 8^{1-n}} &= \frac{\frac{3^n}{3} + \frac{4^n}{4} + \frac{6^n}{6}}{4^{1-n} + 6^{1-n} + 8^{1-n}} = \frac{8 \cdot 3^n + 6 \cdot 4^n + 4 \cdot 6^n}{24 \cdot (4^{1-n} + 6^{1-n} + 8^{1-n})} = \\ &= \frac{8 \cdot 3^n + 6 \cdot 4^n + 4 \cdot 6^n}{24} \cdot \frac{1}{4^{1-n} + 6^{1-n} + 8^{1-n}} = \\ &= \frac{8 \cdot 3^n + 6 \cdot 4^n + 4 \cdot 6^n}{24} \cdot \frac{4^n + 6^n + 8^n}{4 \cdot 6^n + 6 \cdot 4^n + 8 \cdot 3^n} = \\ &= \frac{8 \cdot 3^n + 6 \cdot 4^n + 4 \cdot 6^n}{24} \times \frac{24^n}{4 \cdot 6^n + 6 \cdot 4^n + 8 \cdot 3^n} = \\ &= \frac{24^n}{24} \times \frac{8 \cdot 3^n + 6 \cdot 4^n + 4 \cdot 6^n}{4 \cdot 6^n + 6 \cdot 4^n + 8 \cdot 3^n} = \\ &= \frac{24^n}{24^1} \times \frac{8 \cdot 3^n + 6 \cdot 4^n + 4 \cdot 6^n}{8 \cdot 3^n + 6 \cdot 4^n + 4 \cdot 6^n} = \\ &= 24^{n-1} \times 1 = 24^{n-1}.\end{aligned}$$

Dessa forma,

$$\sqrt[n-1]{\frac{3^{n-1} + 4^{n-1} + 6^{n-1}}{4^{1-n} + 6^{1-n} + 8^{1-n}}} = \sqrt[n-1]{24^{n-1}} = |24|^{\frac{n-1}{n-1}} = 24^1 = 24,$$

ou seja, $\sqrt[n-1]{\frac{3^{n-1} + 4^{n-1} + 6^{n-1}}{4^{1-n} + 6^{1-n} + 8^{1-n}}} = 24$.

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

