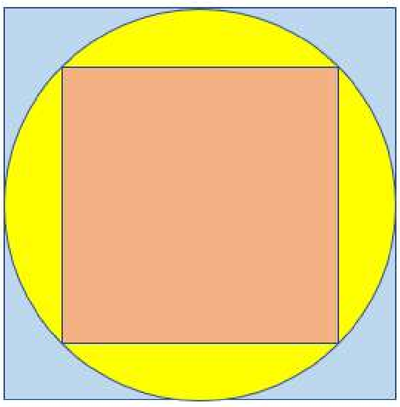
.Problema para ajudar na escola: Quadrado, circunferência, quadrado

Problema

(A partir do 9º ano do E. F.)

Na figura, vemos um quadrado inscrito em uma circunferência que, por sua vez, está inscrita em um outro quadrado.
Cada lado do quadrado externo mede $4\,cm$.



Qual a área em cm^2 da região colorida de amarelo?

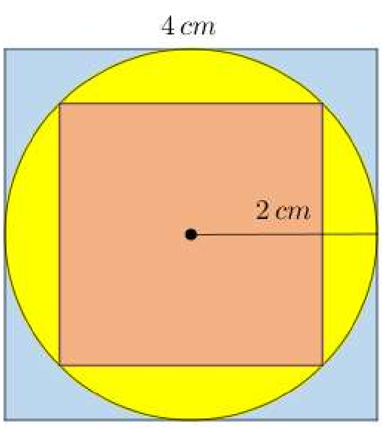
Solução 1

Observando a figura do problema, vemos que a área da região colorida de amarelo pode ser calculada fazendo a diferença entre a área do círculo e a área do quadrado interno:

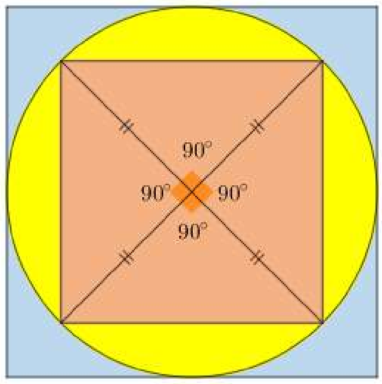
$$\boxed{A_{am} = A_{circ} - A_{qi}}. \qquad (i)$$

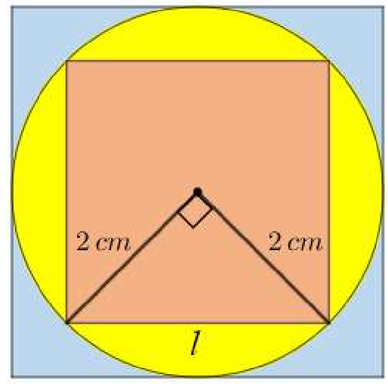
Para calcularmos essas duas áreas que definem a área solicitada no problema, precisaremos do raio do círculo e do lado do quadrado interno que aparecem na figura.
Note que, como cada lado do quadrado externo mede $4\,cm$ e a circunferência que define o círculo está inscrita nesse quadrado, o raio do círculo é $2\,cm$. Assim, a área do círculo é:

$$\boxed{A_{circ} = 4\pi\,cm^2}. \qquad (ii)$$



Para calcularmos o comprimento l do lado do quadrado interno, vamos ter um pouquinho mais de trabalho. Perceba, inicialmente, que o interior desse quadrado pode ser decomposto em quatro triângulos retângulos isósceles cujos lados congruentes medem $2\,cm$, já que estes lados são raios do círculo da figura.





Aplicando o Teorema de Pitágoras a um desses triângulos, obtemos que:

$l^2 = 2^2 + 2^2$

$l^2 = 8$

$l = \pm\sqrt{8}$

$l = \pm 2\sqrt{2}$

$l = 2\sqrt{2}\,cm$, já que $l > 0$ por ser um comprimento.

Logo, a área do quadrado interno é:

$\boxed{A_{qi} = 8\,cm^2}$. (iii)

Finalizando, por (i), (ii) e (iii), segue que:

$A_{am} = A_{circ} - A_{qi} = (4\pi - 8)\ cm^2.$

Portanto, a área da região colorida de amarelo é $\boxed{(4\pi - 8)\ cm^2}$.

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

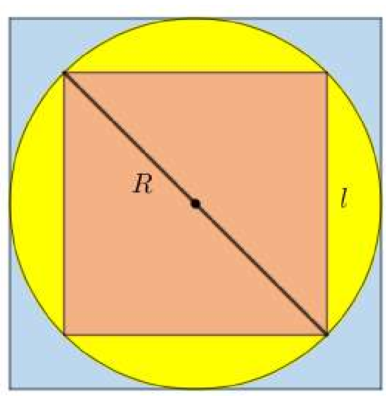
Solução 2

A figura do problema nos sugere que a área da região colorida de amarelo pode ser calculada fazendo a diferença entre a área do círculo e a área do quadrado interno, conforme denotamos a seguir:

$A_{am} = A_{circ} - A_{qi}.$

Assim, se l e R são os comprimentos em centímetros dos lados do quadrado interno e do raio, respectivamente, segue que

$\boxed{A_{am} = \pi R^2 - l^2}$. (i)

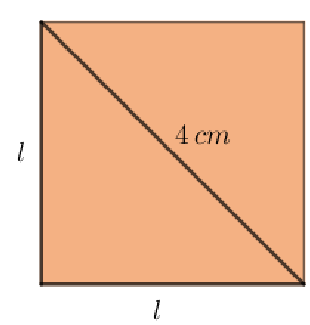


Mas sabemos que o raio da circunferência é $2\,cm$, logo a diagonal do quadrado mede $4\,cm$; portanto, utilizando o Teorema de Pitágoras, temos que:

$l^2 + l^2 = d^2$

$2l^2 = 4^2$

$\boxed{l^2 = 8\ cm^2}$.



Logo, segue de (i) que

$A_{am} = \pi \cdot 2^2 - 8$

$A_{am} = 4\pi - 8$

e, assim, a área da região colorida de amarelo é $\boxed{(4\pi - 8)\ cm^2}$.

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

Solução 3

Se o quadrado externo tem 4 cm de cada lado, a circunferência inscrita nele terá 4 cm de diâmetro. Consequentemente, o raio da circunferência terá 2 cm. Usando a fórmula $a=\pi.r^2$ para calcular a área do círculo, temos que:

$a=3,14.2^2$

$a=3,14.4$

$a=12,56$

A área da circunferência será aproximadamente 12,56 cm².

Como a diagonal do quadrado inteiro é um diâmetro da circunferência, o comprimento da diagonal do quadrado interno é 4 cm. Dividindo o quadrado interno em 2 partes, a partir da diagonal, teremos 2 triângulos retângulos. Usando o Teorema de Pitágoras:

$d^2=l^2+l^2$

$d^2=2l^2$

$l^2=d^2/2$

$l^2=4^2/2$

$l^2=16/2$

$l^2=8$

$l=\sqrt{8}$

$l=\sqrt{2^3}$

$l=2\sqrt{2}$

Descobrimos então que o lado do quadrado interno é $2\sqrt{2}$. Como a área do quadrado é $l*l$, a área do quadrado será $2\sqrt{2}*2\sqrt{2}=8$ cm². Agora basta subtrair esse valor da área do círculo, para saber a área colorida de amarelo: 12,56-8,00=4,56.

Resposta: A área colorida de amarelo na figura será de 4,56 cm², aproximadamente.

Solução elaborada pelo COM **OCTETO MATEMÁTICO**.

Participou da discussão o Clube **OCTETO MATEMÁTICO**.

Feito com ♥ por Temas Graphene.

Apoio

Realização