

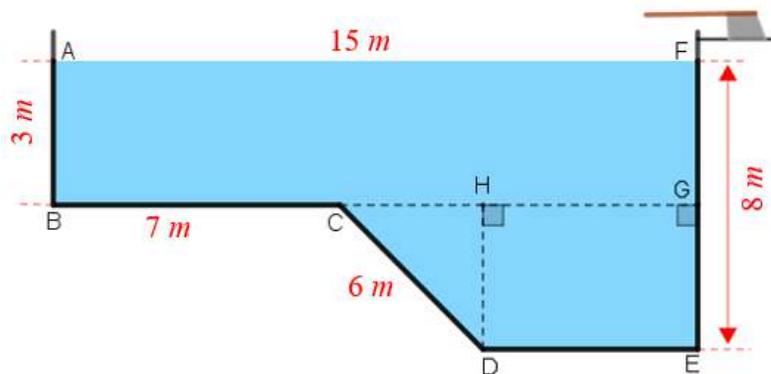
.Problema para ajudar na escola: O volume de uma piscina



Problema

(A partir da 1ª série do E. M.)

A largura de uma piscina cuja vista lateral é mostrada na figura abaixo é 10 m. Determine o seu volume aproximado.

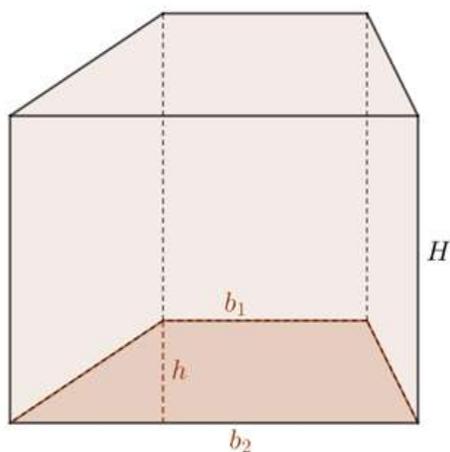


Lembrete e notação

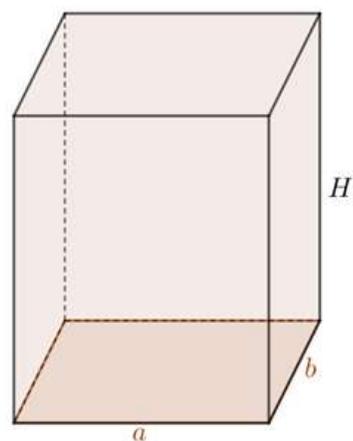
Não importa se um prisma é regular ou não, se ele é um prisma reto ou oblíquo: o seu volume V é dado pelo produto entre a área da sua base e a sua altura:

$$V = \text{área da base} \times \text{altura} .$$

Abaixo vemos os volumes de dois prismas que utilizaremos: o prisma trapezoidal e o prisma retangular (paralelepípedo).



$$V_{\text{trapezoidal}} = \left[\left(\frac{b_1 + b_2}{2} \right) \times h \right] \times H$$



$$V_{\text{retangular}} = (a \times b) \times H$$

Notação: Denotaremos o segmento definido por dois pontos, digamos P e Q , por \overline{PQ} e o seu comprimento por PQ .

Solução

Inicialmente, vamos observar o triângulo CDH que aparece na vista lateral da piscina.

- Como a hipotenusa desse triângulo mede 6 m , e o cateto $\overline{HD} = 8 - 3 = 5\text{ m}$, o Teorema de Pitágoras

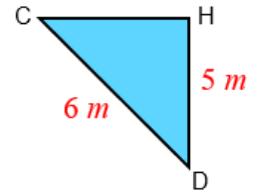
nos garante que:

$$6^2 = 5^2 + CH^2$$

$$36 = 25 + CH^2$$

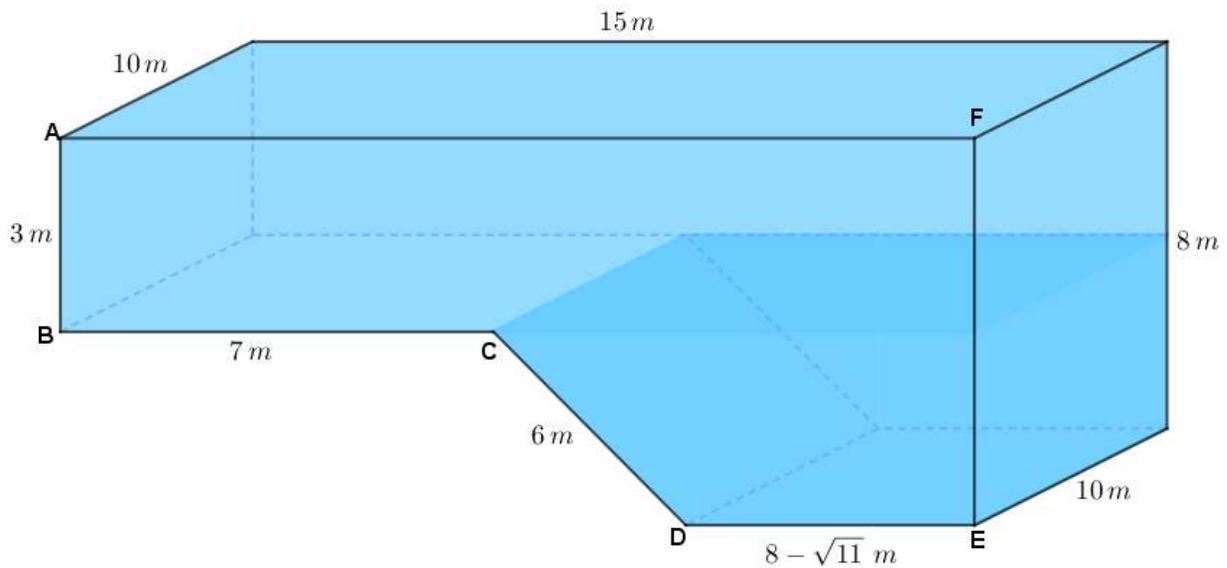
$$CH = \pm\sqrt{11}$$

$$CH = \sqrt{11}, \text{ já que } CH > 0.$$



Com isso, obtemos também a medida do segmento $\overline{DE} : 15 - 7 - \sqrt{11} = 8 - \sqrt{11}\text{ m}$.

- Para o cálculo do volume, observe que a piscina tem a forma de um sólido que pode ser decomposto em dois prismas: um retangular e um trapezoidal.



As medidas necessárias para os cálculos estão na figura ao lado.

- Se V_r é o volume do prisma retangular, então, de acordo com o **Lembrete**:

$$V_r = (15 \times 3) \times 10$$

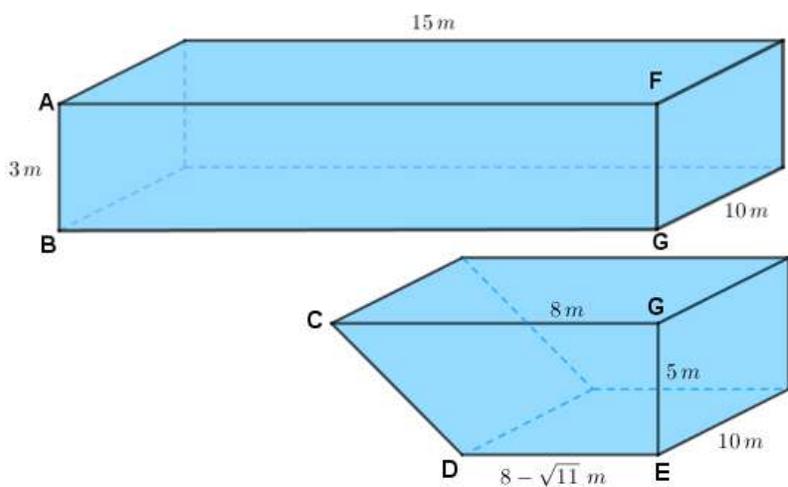
$$\boxed{V_r = 450\text{ m}^3}.$$

- Se V_t é o volume do prisma trapezoidal, então, de acordo com o **Lembrete**:

$$V_t = \left[\left(\frac{(8 - \sqrt{11}) + 8}{2} \right) \times 5 \right] \times 10$$

$$V_t = [(16 - \sqrt{11}) \times 5] \times 5$$

$$\boxed{V_t = 400 - 25\sqrt{11}\text{ m}^3}.$$



Como o volume V da piscina é a soma dos volumes dos dois prismas, segue que:

$$V = V_r + V_t$$

$$V = 450 + 400 - 25\sqrt{11}$$

$$V = 850 - 25\sqrt{11}\text{ m}^3$$

$$\boxed{V \approx 767\text{ m}^3}.$$

Sabemos que $1\text{ litro} = 0,001\text{ m}^3$; assim, $1000\text{ litros} = 1\text{ m}^3$ e consequentemente $767\text{ m}^3 = 767000\text{ litros}$. Portanto, o volume da piscina em questão é de aproximadamente $\boxed{767.000\text{ litros}}$.

Muita água, hem?
A água é um bem precioso;
não se esqueçam de economizar, pessoal!

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Apoio



SBM

Realização



MINISTÉRIO DA
CIÊNCIA, TECNOLOGIA,
INOVACÕES E COMUNICAÇÕES

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO

