.Problema para ajudar na escola: Números novélicos

Problema

(A partir do 8º ano do E. F.)

Diremos que um número natural é **novélico** se a soma dos seus algarismos for divisível por nove.
Quantos números novélicos de três algarismos, todos pares, existem?

Solução

Seja x um número natural novélico com exatamente três algarismos, todos pares. Nesse caso, sejam a , b e c os algarismos de x, não necessariamente distintos.
Em um número natural novélico de três algarismos a soma dos seus algarismos é divisível por nove, assim, a princípio, $a+b+c$ pode ser $0,\ 9,\ 18,\ 27,\ 36,\ \cdots$.
Mas observe que:

- a , b e c são algarismos e, assim, $0 \leq a$, b , $c \leq 9$, donde $0 \leq a+b+c \leq 27$;
- por outro lado, x é um número de três algarismos; logo seu primeiro algarismo é diferente de zero e, com isso, $a+b+c \neq 0$;
- também sabemos que os algarismos são pares; dessa forma, $a \leq 8$; $b \leq 8$ e $c \leq 8$, donde $a+b+c \leq 24$.

Pelo até aqui exposto, podemos concluir que $0 < a+b+c \leq 24$, com $a,\ b,\ c \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$ e sendo um deles não nulo.

- Mas, explorando a paridade dos algarismos $a,\ b$ e c, podemos concluir que a soma $a+b+c$ é um número par, já que as três parcelas são algarismos pares. Dos múltiplos de nove, o único que se enquadra nessas condições é o 18, consequentemente, $a+b+c=18$.
  Sabendo que $a+b+c=18$, podemos afirmar que nenhum dos algarismos de x pode ser 0. Com efeito, se um dos algarismo de x fosse 0, necessariamente a soma dos outros dois seria 18. Mas a única forma de a soma de dois algarismos ser 18 seria que ambos fossem iguais a 9, o que não é possível no nosso caso, já que estamos trabalhando com algarismos pares. Isso mostra que, realmente, os algarismos de x são distintos de 0.

Finalmente, são estas as informações que temos para solucionar o problema:

$$\boxed{a+b+c=18, \text{ com } a,\ b,\ c \in \{2, 4, 6, 8\}}.$$

Na tabela a seguir, apresentamos todas as possíveis escolhas dos algarismos que atendem a essas duas características e destacamos os respectivos números novélicos.

algarismos utilizados	números novélicos
$2;\ 8;\ 8$	$\boxed{288}$; $\boxed{828}$; $\boxed{882}$
$4;\ 6;\ 8$	$\boxed{468}$; $\boxed{486}$; $\boxed{648}$; $\boxed{684}$; $\boxed{846}$; $\boxed{864}$
$6;\ 6;\ 6$	$\boxed{666}$

Portanto, utilizando a tabela para fazer a contagem, temos $\boxed{10}$ números novélicos com três algarismos todos pares.

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.