

.Problema para ajudar na escola: Números equilibrados



Problema

(A partir do 7º ano do E. F.)

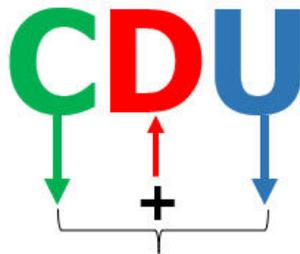
Um número com três algarismos é dito **equilibrado** se seu algarismo central for a soma dos outros dois. Por exemplo,

- 275 é um número equilibrado, já que $2 + 5 = 7$;
- 846 não é equilibrado, pois $8 + 6 \neq 4$.

Quantos múltiplos de 7 com três algarismos são equilibrados?

Solução

Neste problema, vamos trabalhar com números de três algarismos cuja soma dos algarismos laterais (algarismos da centena e da unidade) é igual ao algarismo central (algarismo da dezena).



Então, seja E um número de três algarismos, equilibrado e múltiplo de 7, conforme exige o problema.

- Como E tem três algarismos, então podemos escrever que:

$$E = rst = r10^2 + s10^1 + t = r \cdot 100 + s \cdot 10 + t. \quad (i)$$

(Observe que aqui a notação rst não indica um produto e sim a representação de um número com três algarismos no sistema decimal.)

- Sendo $E = rst$ um número equilibrado, então

$$s = r + t. \quad (ii)$$

Dessa forma, por (i) e (ii), segue que:

$$E = r \cdot 100 + s \cdot 10 + t$$

$$E = r \cdot 100 + (r + t) \cdot 10 + t$$

$$E = r \cdot 100 + r \cdot 10 + t \cdot 10 + t$$

$$E = r \cdot 110 + t \cdot 11$$

$$E = 11 \cdot (r \cdot 10 + t). \quad (iii)$$

Como r, s e t são algarismos, consequentemente são números naturais. Assim, $n = r \cdot 10 + t$ é um número natural e, portanto, segue de (iii) que

$$E = 11 \cdot n, \text{ com } n \in \mathbb{N}. \quad (iv)$$

Perceba que a conclusão (iv) só indica formalmente que E é um múltiplo de 11.

Mas temos ainda a informação de que E é um múltiplo de 7. Assim, 7 é um divisor de E e, portanto, 7 deve aparecer na decomposição de E como produto de fatores primos. Com essa informação, podemos melhorar a decomposição de E e escrever a partir de (iv) que:

$$E = 7 \cdot 11 \cdot m, \text{ com } m \in \mathbb{N}$$

$$E = 77 \cdot m, \text{ com } m \in \mathbb{N}. \quad (v)$$

Como $77 \times 1 = 77$, $77 \times 2 = 144$, \dots , $77 \times 12 = 924$, $77 \times 13 = 1001$ e sabemos que E tem três algarismos, temos $12 - 1 = 11$ possibilidades para que $E = rst$ seja equilibrado. Vamos testar todas elas para verificar em quais delas temos $s = r + t$.

m	$E = 77 \cdot m$	Soma dos algarismos laterais	O algarismo central é soma dos laterais?
2	$E = 154$	$1 + 4 = 5$	SIM
3	$E = 231$	$2 + 1 = 3$	SIM
4	$E = 308$	$3 + 8 = 11$	NÃO
5	$E = 385$	$3 + 5 = 8$	SIM
6	$E = 462$	$4 + 2 = 6$	SIM
7	$E = 539$	$5 + 9 = 14$	NÃO
8	$E = 616$	$6 + 6 = 12$	NÃO
9	$E = 693$	$6 + 3 = 9$	SIM
10	$E = 770$	$7 + 0 = 7$	SIM
11	$E = 847$	$8 + 7 = 15$	NÃO
12	$E = 924$	$9 + 4 = 13$	NÃO

A tabela acima nos mostra que existem **seis** múltiplos de 7 equilibrados com três algarismos:

► 154, 231, 385, 462, 693, 770.

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Apoio



Realização

