

.Problema para ajudar na escola: Expoente do 79



Problema

(A partir do 8º ano do E. F.)

Qual é o expoente de 79 na fatoração em primos do número

$$P = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 2018 \times 2019,$$

resultado do produto dos números inteiros de 1 a 2019?

E qual o expoente de 29?

Solução

► Para determinar o expoente de 79 na fatoração em primos do número P , vamos inicialmente dividir 2019 por 79:

$$\begin{array}{r} 2019 \text{ } \overline{) 79} \\ 44 \quad 25 \end{array}$$

Como $2019 = 25 \times 79 + 44$, existem 25 múltiplos de 79 entre 1 e 2019 e, portanto, o fator 79 aparecerá pelo menos 25 vezes no produto P .

$$P = 1 \times 2 \times \cdots \times \underbrace{79}_{1 \times 79} \times \cdots \times \underbrace{158}_{2 \times 79} \times \cdots \times \underbrace{237}_{3 \times 79} \times \cdots \times \underbrace{1975}_{25 \times 79} \times \cdots \times 2019$$

Por outro lado, $79^2 = 6241$ e $6241 > 2019$; assim, não há números que sejam múltiplos de potências de 79 com expoente maior do que 1 nos números de 1 a 2019.

Portanto, o expoente de 79 no produto de 1 a 2019 é igual a **25**.

É bom lembrar que 79 é um número primo; assim, ele não vai aparecer na decomposição como produto de outros números menores do que ele!

► Para determinar o expoente de 29 na fatoração em primos do número P , vamos também fazer uma divisão:

$$\begin{array}{r} 2019 \overline{) 29} \\ 18 \quad 69 \end{array}$$

Como $2019 = 69 \times 29 + 18$, existem 69 múltiplos de 29 entre 1 e 2019 e, portanto, o fator 29 aparecerá pelo menos 69 vezes no produto P .

$$P = 1 \times 2 \times \cdots \times \underbrace{29}_{1 \times 29} \times \cdots \times \underbrace{58}_{2 \times 29} \times \cdots \times \underbrace{87}_{3 \times 29} \times \cdots \times \underbrace{2001}_{69 \times 29} \times \cdots \times 2019$$

Neste caso, há múltiplos de $29^2 = 841$ nos números de 1 a 2019 e esses múltiplos contribuem com mais fatores 29 na fatoração do produto P : cada múltiplo de 841 contribui com mais um fator 29.

Para determinar quantos múltiplos de 841 há no produto P , vamos fazer a divisão de 2019 por 841.

$$\begin{array}{r} 2019 \overline{) 841} \\ 337 \quad 2 \end{array}$$

Como $2019 = 2 \times 841 + 337$, concluímos que existem dois múltiplos de 841 entre 1 e 2019 e portanto mais dois fatores 29 na fatoração de P .

$$P = 1 \times \cdots \times \underbrace{29}_{1 \times 29} \times \cdots \times \underbrace{58}_{2 \times 29} \times \cdots \times \underbrace{87}_{3 \times 29} \times \cdots \times \underbrace{841}_{29 \times 29} \times \cdots \times \underbrace{1682}_{2 \times 29 \times 29} \times \cdots \times \underbrace{2001}_{69 \times 29} \times \cdots \times 2019$$

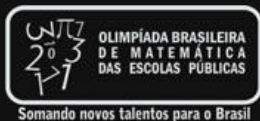
Veja que $29^3 = 24389$ e $24389 > 2019$; assim, não há números que sejam múltiplos de potências de 29 com expoente maior do que 2 nos números de 1 a 2019.

Pelo exposto, o expoente de 29 no produto de 1 a 2019 é igual a $69 + 2 = \boxed{71}$.

Aqui também cabe lembrar que 29 é um número primo; então, ele não vai aparecer na decomposição como produto de outros números menores do que ele!

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Apoio



Realização

