

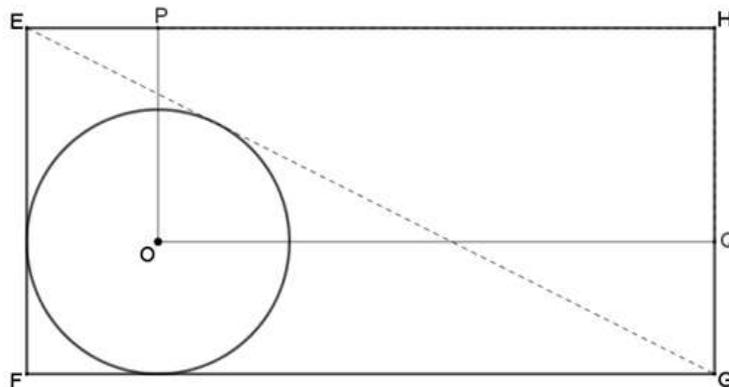
.Problema para ajudar na escola: Dois retângulos



Problema

(A partir da 1ª série do E. M.)

No interior de um retângulo $EFGH$ cuja área é 2.018 cm^2 , traçamos uma circunferência de centro em O e inscrita no triângulo EFG , conforme mostra a figura abaixo.



Sabendo que os segmentos \overline{OP} e \overline{OQ} são paralelos aos lados do retângulo $EFGH$, determine a área do retângulo $POQH$.



Lembretes

(1) Ângulos opostos pelo vértice têm a mesma medida.

(2) **Caso L.A.A_o**. (lado - ângulo - ângulo oposto): Se dois triângulos têm ordenadamente congruentes um lado, um ângulo adjacente e o ângulo oposto a esse lado, então estes triângulos são congruentes. (Há uma **Sala de Leitura** sobre esse tema no Blog!)

(3) Dois triângulos congruentes têm a mesma área.

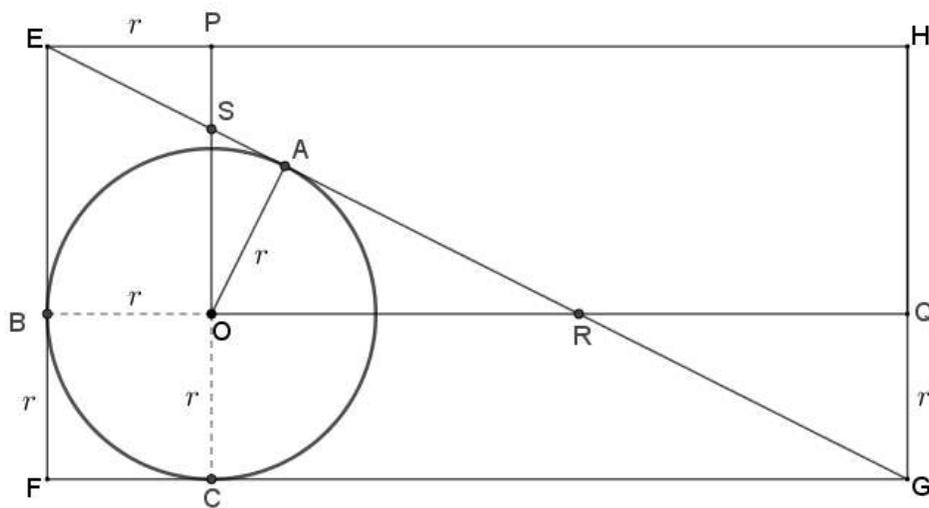
(4) Uma reta tangente a uma circunferência é perpendicular ao raio no seu ponto de tangência.

Solução

Sejam

- A , B e C os pontos de tangência da circunferência e do triângulo EFG ;
- R o ponto de interseção dos segmentos \overline{EG} e \overline{OQ} ;
- S o ponto de interseção dos segmentos \overline{PO} e \overline{EG} ;
- r o comprimento do raio da circunferência;

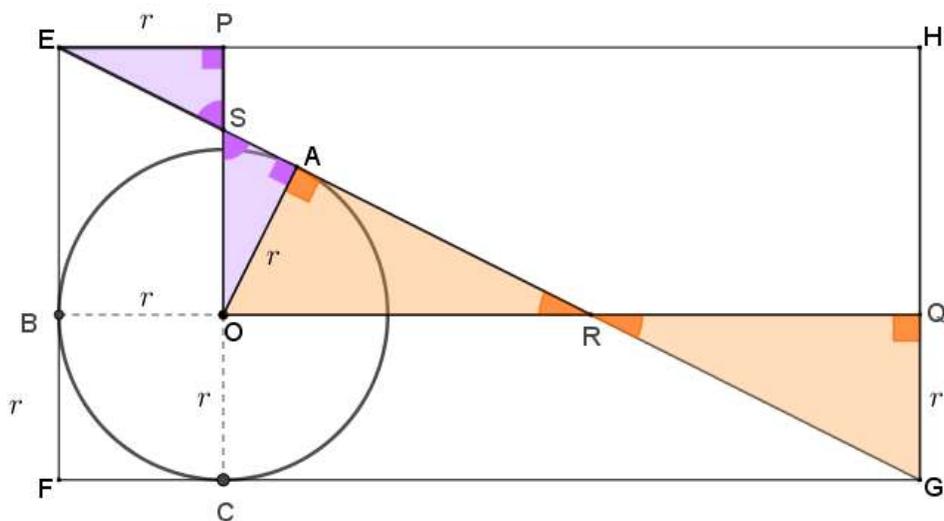
conforme indicados na figura a seguir. Aproveite a figura e observe os vários segmentos com comprimento r : todos serão úteis na nossa resolução.



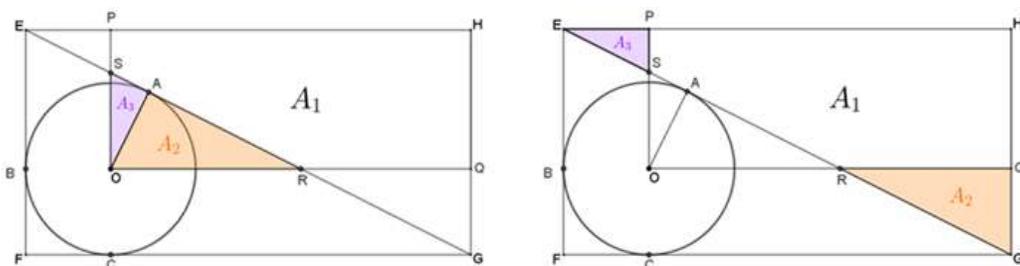
Analisemos dois pares de triângulos:

- Pelo **Lembrete (2)**, os triângulos EPS e OAS são congruentes, pois:
 - ▶ $E\hat{P}S$ e $O\hat{A}S$ são ângulos retos, logo têm a mesma medida.
 - ▶ $E\hat{S}P$ e $O\hat{S}A$ são ângulos opostos pelo vértice, logo têm a mesma medida.
 - ▶ os segmentos \overline{OA} e \overline{EP} têm a mesma medida.

- Pelo **Lembrete (2)**, os triângulos OAR e GQR são congruentes, pois:
 - ▶ $O\hat{A}R$ e $G\hat{Q}R$ são ângulos retos, logo têm a mesma medida.
 - ▶ $A\hat{R}O$ e $Q\hat{R}G$ são ângulos opostos pelo vértice, logo têm a mesma medida.
 - ▶ os segmentos \overline{OA} e \overline{GQ} têm a mesma medida.



Seja A_{POQH} a área do retângulo $POQH$. A figura abaixo à esquerda nos mostra que $A_{POQH} = A_1 + A_2 + A_3$. Mas os triângulos EPS e OAS são congruentes, assim como OAR e GQR ; portanto, pelo **Lembrete (3)**, a área do retângulo $POQH$ é igual à área do triângulo retângulo EHG , que, por sua vez, é a metade da área do retângulo $EFGH$.



Assim:

$$A_{POQH} = \frac{2018}{2} = 1009$$

e, portanto, a área do retângulo $POQH$ é 1.009 cm^2 .

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.



Somando novos talentos para o Brasil

Apoio



Realização

