

.Problema para ajudar na escola: Apertando parafusos



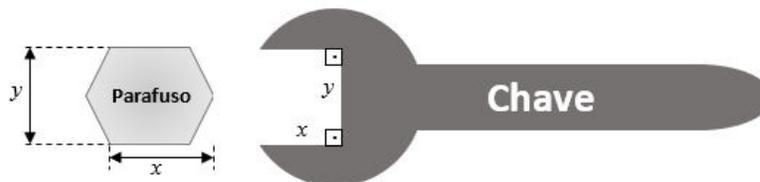
Problema

(A partir do 9º ano do E. F.)

(UFSCAR, 2007 – Adaptado) Você já deve ter visto parafusos do tipo sextavado. Esse tipo de parafuso é assim denominado pois sua cabeça, local onde se encaixa a chave para apertá-lo ou desapertá-lo, tem seis lados.



Considere que a chave visualizada à direita da figura abaixo se encaixe perfeitamente na cabeça do parafuso sextavado mostrado à esquerda da figura.



Se a cabeça do parafuso é um hexágono regular cujos lados medem 3 cm , calcule as medidas x e y indicadas na figura.



Lembretes



A partir do seu centro, um hexágono regular pode ser decomposto em seis triângulos equiláteros congruentes cujo comprimento dos lados é o comprimento dos lados do próprio hexágono.



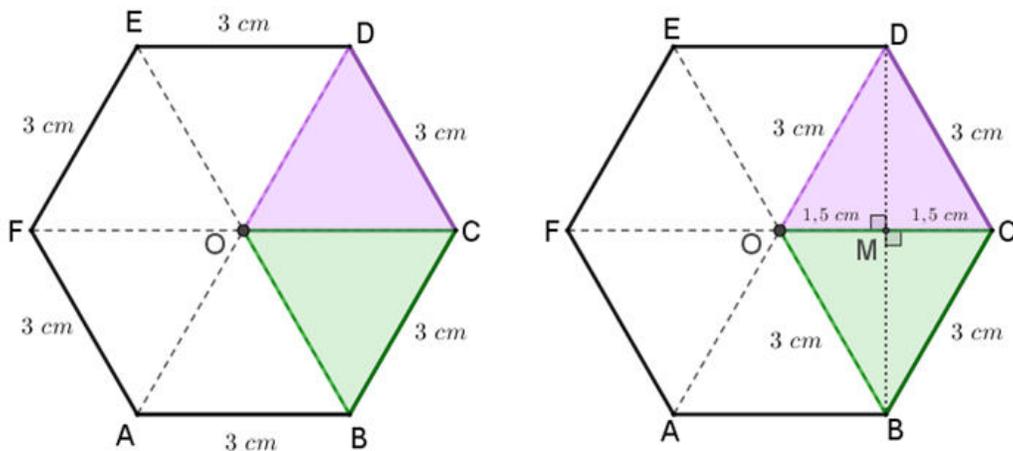
Teorema de Pitágoras: Em um triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é a soma dos quadrados dos catetos.

 **Notação:** Denotaremos o segmento definido por dois pontos, digamos X e Y , por \overline{XY} e o seu comprimento por XY .

Solução

De acordo com o **Lembrete**, vamos decompor o hexágono regular $ABCDEF$ que define a cabeça do parafuso em seis triângulos equiláteros congruentes cujos lados medem 3 cm , a partir do centro O . Em particular, vamos dar destaque aos triângulos equiláteros CDO e BCO .

Como esses triângulos são equiláteros, as respectivas alturas \overline{DM} e \overline{BM} relativas ao lado comum \overline{OC} são também medianas; logo, os segmentos \overline{OM} e \overline{MC} medem $1,5\text{ cm}$ cada um.



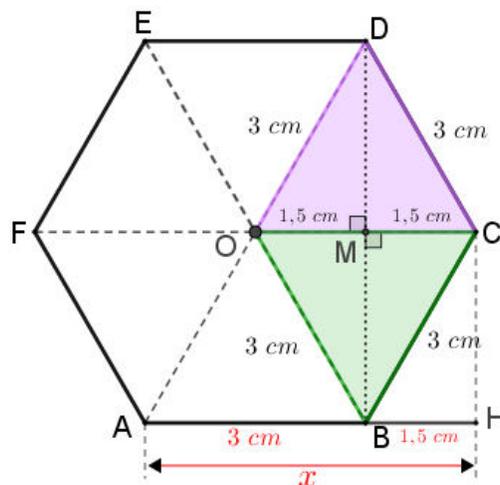
Dessa forma, observando a figura abaixo podemos concluir que:

$$x = AH$$

$$x = AB + BH$$

$$x = 3\text{ cm} + 1,5\text{ cm}$$

$$x = 4,5\text{ cm}.$$



Para obtermos a medida y será necessário determinarmos antes a medida das alturas \overline{DM} e \overline{BM} . Para isso, basta aplicarmos o Teorema de Pitágoras em um dos triângulos CDO ou BCO :

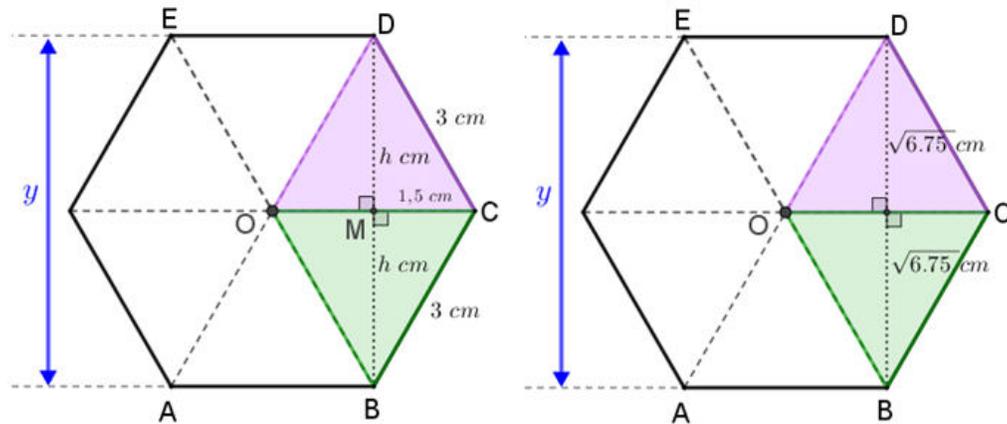
$$h^2 + (1,5)^2 = 3^2$$

$$h^2 = 9 - 2,25$$

$$h^2 = 6,75$$

$$h = \pm\sqrt{6,75}.$$

Como $h > 0$, segue que $h = \sqrt{6,75} \text{ cm}$.



Observando as figuras acima, podemos concluir que:

$$y = DB$$

$$y = DM + MB$$

$$y = 2\sqrt{6,75} \text{ cm}.$$

Se você preferir trabalhar com frações, observe que:

$$h^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 3^2$$

$$h^2 = 9 - \frac{9}{4}$$

$$h^2 = \frac{27}{4}$$

$$h = \sqrt{\frac{27}{4}} = \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

donde

$$y = DB = 2h$$

$$y = 2 \times \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$y = 3\sqrt{3} \text{ cm}.$$

De qualquer modo, y é aproximadamente $5,2 \text{ cm}$.

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.



OLIMPIADA BRASILEIRA
DE MATEMÁTICA
DAS ESCOLAS PÚBLICAS

Somando novos talentos para o Brasil

Apoio



Realização



MINISTÉRIO DA
CIÊNCIA, TECNOLOGIA,
INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO

