

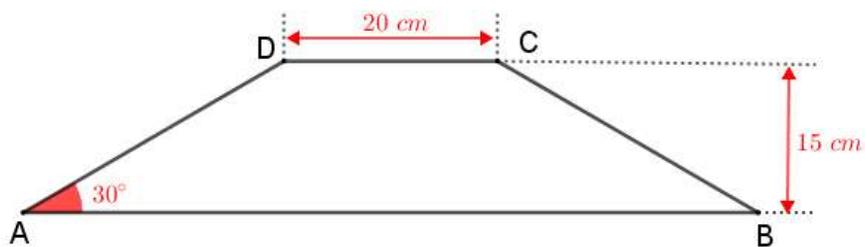
.Problema para ajudar na escola: Área do trapézio



Problema

(A partir do 9º ano do E. F.)

Calcule a medida aproximada, em centímetros quadrados, da área do trapézio isósceles $ABCD$ mostrado na figura.



Lembretes:



Para solucionar este problema, vamos precisar de uma das relações entre as medidas dos lados e dos ângulos internos de um triângulo retângulo. Vale a pena recordar essas relações!

Seja, então, um triângulo retângulo ABC , cujos lados têm comprimentos a , b , c e os ângulos agudos têm medidas α e β , conforme indicado na figura.

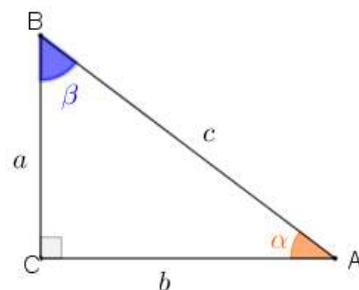
Então:

$$\bullet \operatorname{sen} \hat{A} = \operatorname{sen} \alpha = \frac{a}{c} = \cos \beta = \cos \hat{B}$$

$$\bullet \operatorname{cos} \hat{A} = \operatorname{cos} \alpha = \frac{b}{c} = \operatorname{sen} \beta = \operatorname{sen} \hat{B}$$

$$\bullet \operatorname{tan} \hat{A} = \operatorname{tan} \alpha = \frac{a}{b}$$

$$\bullet \operatorname{tan} \hat{B} = \operatorname{tan} \beta = \frac{b}{a}$$



Congruência de triângulos retângulos:

Se dois triângulos retângulos têm ordenadamente congruentes um cateto e a hipotenusa, então estes triângulos são congruentes.

Notação: Denotaremos o segmento definido por dois pontos, digamos X e Y , por \overline{XY} e o seu comprimento por XY .

Solução

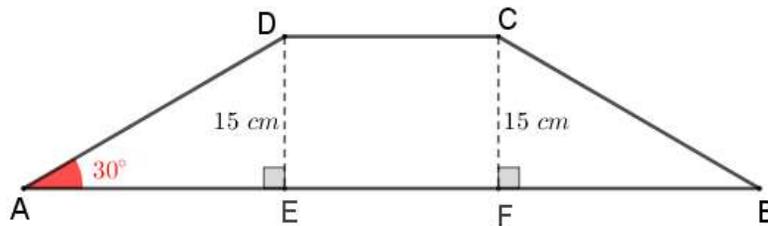
A medida da área de um trapézio pode ser calculada utilizando-se a seguinte expressão:

$$\frac{(\text{base maior} + \text{base menor}) \times \text{altura}}{2}$$

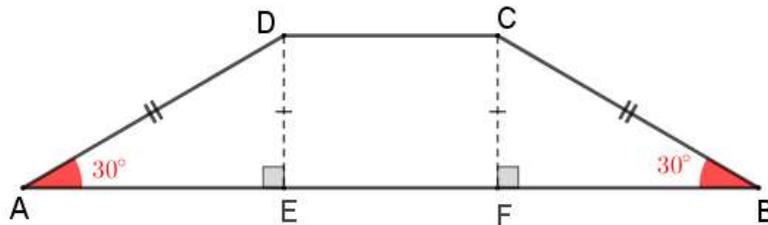
Das três medidas que aparecem nessa fórmula, já temos o comprimento da chamada base menor, 20 cm , e comprimento da altura, 15 cm .

Vamos, então, obter a medida que falta: o comprimento da base maior, ou seja, o comprimento de \overline{AB} .

Para isso, sejam E e F pontos de \overline{AB} tais que \overline{DE} e \overline{CF} sejam perpendiculares, assim como \overline{DE} e \overline{CF} . Então, $DE = CF = 15\text{ cm}$.



Como o trapézio é isósceles, então $AD = BC$. Com isso, os triângulos retângulos AED e BFC são congruentes e, portanto a medida do ângulo \hat{CBF} é 30° e $AE = FB$.



Utilizando a definição de tangente dada nos Lembretes, temos que $\tan 30^\circ = \frac{DE}{AE}$ e, consultando uma tabela

trigonométrica, temos que $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$; logo, segue que:

$$\tan 30^\circ = \frac{DE}{AE}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{15}{AE}$$

$$AE = \frac{15}{\frac{\sqrt{3}}{3}}$$

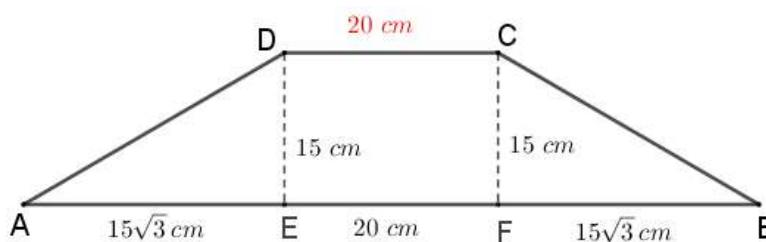
$$AE = \frac{45}{\sqrt{3}} = \frac{45 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{45 \times \sqrt{3}}{3} = 15\sqrt{3}\text{ cm}.$$

Já podemos obter a medida da base maior do trapézio:

$$AB = AE + EF + FB$$

$$AB = 15\sqrt{3} + 20 + 15\sqrt{3}$$

$$AB = 30\sqrt{3} + 20\text{ cm}.$$



Finalmente, a medida S da área do trapézio é:

$$S = \frac{(\text{base maior} + \text{base menor}) \times \text{altura}}{2}$$

$$S = \frac{((30\sqrt{3} + 20) + 20) \times 15}{2}$$

$$S = (15\sqrt{3} + 20) \times 15$$

$$S = 225\sqrt{3} + 300\text{ cm}^2$$

ou seja, $S \approx 689,71\text{ cm}^2$.

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Apoio



SBM

Realização

impa



MINISTÉRIO DA
CIÊNCIA, TECNOLOGIA,
INOVACÕES E COMUNICAÇÕES

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO

