



.Problema para ajudar na escola: Uma soma com 120 parcelas!



Problema

(A partir do 8º ano do E. F.)

O Princípio Fundamental da Contagem nos ensina que existem 120 números de quatro dígitos distintos formados apenas pelos algarismos 1, 2, 3, 4 e 5. Ao somar esses 120 números, obtém-se a soma S .

Qual o valor de S ?

Solução

Vamos colocar esses 120 números um debaixo do outro para somá-los.

$$\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 5 & + \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\ 5 & 4 & 3 & 1 \\ 5 & 4 & 3 & 2 \end{array}$$

Como são 120 números, perceba que cada um dos dígitos 1, 2, 3, 4, 5 aparecerá $120 \div 5 = 24$ vezes em cada coluna. Dessa forma, a soma dos dígitos de cada coluna será

$$1 \times 24 + 2 \times 24 + 3 \times 24 + 4 \times 24 + 5 \times 24 = (1 + 2 + 3 + 4 + 5) \times 24 = 15 \times 24 = 360.$$

Pronto, já podemos fazer a nossa soma:

- Como a soma dos números de cada coluna é 360, abaixo da coluna das unidades, colocamos 0 e levamos 36 para a coluna das dezenas.
- Na coluna da dezenas também aparece a soma 360, acrescida dos 36 que "levamos": $360 + 36 = 396$. Assim, abaixo da coluna das dezenas, colocamos 6 e levamos 39 para a coluna das centenas.
- Para a coluna das centenas, faremos a soma $360 + 39 = 399$; assim, abaixo da coluna das centenas, colocamos 9 e levamos 39 para a coluna dos milhares.
- Finalizamos a nossa conta, fazendo uma última soma: $360 + 39 = 399$.

$$\begin{array}{cccc} \color{green}{39} & \color{blue}{39} & \color{red}{36} & \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 5 & + \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\ 5 & 4 & 3 & 1 \\ 5 & 4 & 3 & 2 \\ \hline 399 & 9 & 6 & 0 \end{array}$$

Portanto, a soma dos 120 números de quatro dígitos distintos formados apenas pelos algarismos 1, 2, 3, 4 e 5 é

$$S = 399\,960.$$

Observação: Se você não entendeu porque o enunciado garante que existem 120 números de quatro dígitos distintos formados pelos cinco algarismos em questão, perceba que, se $ABCD$ é um número dessa forma, então A, B, C, D são algarismos distintos e

- temos cinco escolhas possíveis para o dígito A ;
- escolhido A , temos quatro escolhas possíveis para o dígito B ;
- escolhido B , temos três escolhas possíveis para o dígito C ;
- escolhido C , temos duas escolhas possíveis para o dígito D .

A	B	C	D
5 escolhas	4 escolhas	3 escolhas	2 escolhas

Assim, pelo princípio Fundamental da Contagem, o número de modos distintos de obtermos $ABCD$ é dado por

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120.$$

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

Gincana de 2017 – Clubes de Matemática da OBMEP
Nível B – Questão Fácil

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Apoio



Realização

impa



MINISTÉRIO DA
CIÊNCIA, TECNOLOGIA,
INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO

