



.Problema para ajudar na escola: Uma operação estranha...



Problema

(A partir do 9º ano do E. F.)

(ONEM 2010 - Adaptado) Vamos trabalhar no conjunto dos números reais, utilizando uma operação diferente das habituais.

Essa operação, indicada por Δ , será assim definida:

$$x \Delta y = x^2 + y.$$

(a) Determine $5 \Delta 1$.

(b) Existe um número real a tal que $a \Delta b = b$, para todo número real b ?

(c) Se r_1 e r_2 são as raízes da equação $(2x) \Delta 1 + 1 \Delta (2x) = x \Delta 2$, determine o valor de $r_1 + r_2$.

Solução

(a) Utilizando a definição da operação Δ , temos que:

$$5 \Delta 1 = 5^2 + 1$$

$$5 \Delta 1 = 25 + 1$$

$$5 \Delta 1 = 26.$$

(b) Sejam a e b números reais.

Note que

$$a \Delta b = b \Leftrightarrow a^2 + b = b \Leftrightarrow a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0.$$

Assim, se $a = 0$, então $a \Delta b = b$ para todo número real b .

(c) Sejam r_1 e r_2 raízes da equação $(2x) \Delta 1 + 1 \Delta (2x) = x \Delta 2$.

Como

$$(2x) \Delta 1 + 1 \Delta (2x) = x \Delta 2 \Leftrightarrow ((2x)^2 + 1) + (1^2 + 2x) = x^2 + 2 \Leftrightarrow 3x^2 + 2x = 0,$$

então r_1 e r_2 são raízes da equação $3x^2 + 2x = 0$.

Mas sabemos que

$$3x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x \cdot (3x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = -\frac{2}{3};$$

portanto, as raízes da equação $3x^2 + 2x = 0$ são 0 e $-\frac{2}{3}$, que são também as raízes da equação

$$(2x) \Delta 1 + 1 \Delta (2x) = x \Delta 2.$$

Dessa forma, $r_1 + r_2 = 0 - \frac{2}{3} = -\frac{2}{3}$.

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Apoio



Realização

impa

