

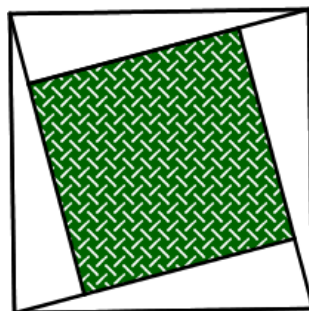
.Problema para ajudar na escola: Um quadrado no interior de outro



Problema

(A partir do 9º ano do E. F.)

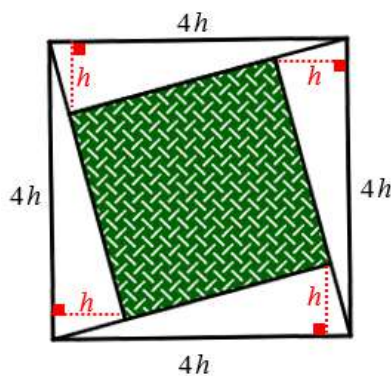
No interior de um quadrado, desenhamos quatro triângulos retângulos cujas hipotenusas são os lados do quadrado, conforme mostra a figura. Se as hipotenusas medem o quádruplo das respectivas alturas relativas a elas, determinar o quociente entre o comprimento do lado do quadrado colorido resultante da construção e o comprimento do lado do quadrado inicial.



Solução

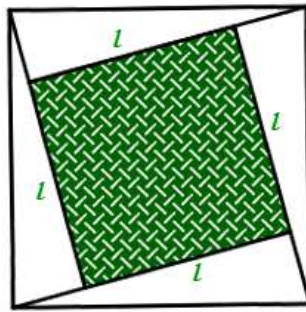
Vamos observar os quatro triângulos retângulos construídos no interior do quadrado inicial.

Sabemos que as hipotenusas desses triângulos medem o quádruplo das respectivas alturas relativas a elas; assim, se as alturas tiverem comprimento h , as hipotenusas, que são os lados do quadrado maior, medirão $4h$. Dessa forma, cada triângulo terá área $\frac{4h \cdot h}{2} = 2h^2$.



Por outro lado, a área do quadrado externo é a soma das áreas dos quatro triângulos com a área do quadrado interno.

Assim, se l for o comprimento de cada lado do quadrado interno, teremos $(4h)^2 = 4 \cdot 2h^2 + l^2$.



Então, segue que:

$$(4h)^2 = 4 \cdot 2h^2 + l^2$$

$$16h^2 = 8h^2 + l^2$$

$$16h^2 - 8h^2 = l^2$$

$$8h^2 = l^2$$

$$\sqrt{8h^2} = \sqrt{l^2},$$

e como $h > 0$ e $l > 0$, temos ainda que

$$\sqrt{8}h = l$$

$$l = 2\sqrt{2}h. \quad (i)$$

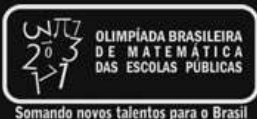
Dessa forma, a razão entre o comprimento do lado do quadrado colorido resultante da construção e o comprimento do lado do quadrado inicial pode ser assim calculada:

$$\frac{\text{comprimento do lado do quadrado colorido}}{\text{comprimento do lado do quadrado inicial}} = \frac{l}{4h} \stackrel{(i)}{=} \frac{2\sqrt{2}h}{4h} = \frac{\cancel{2}\sqrt{2}}{\cancel{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Portanto, o quociente entre o comprimento do lado do quadrado colorido resultante da construção e o comprimento do lado do quadrado inicial é $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Apoio



Realização

impa



MINISTÉRIO DA
CIÊNCIA, TECNOLOGIA,
INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO

