

.Problema para ajudar na escola: Um presente guardado no cofre

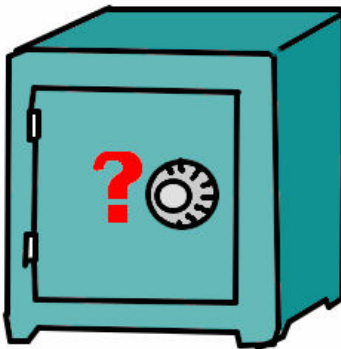


Problema

Seu Paulo comprou um presente para o filho Paulinho. Porém, para fazer suspense, seu Paulo colocou o presente em um pequeno cofre que eles têm em casa e cuja senha de abertura o Paulinho não conhece. Essa senha é um número natural N com cinco algarismos e seu Paulo forneceu a seguinte pista para o Paulinho:

- Se P é o número que se obtém colocando à direita de N o algarismo 1 e Q é o número que se obtém colocando à esquerda de N o algarismo 1, então P é o triplo de Q .

Qual a senha do cofre onde está o presente do Paulinho?



Solução

Sejam a, b, c, d, e os algarismos do número N ; portanto:

a senha do cofre é $N = abcde$; $P = abcde1$; $Q = 1abcde$.

(Antes de prosseguir, perceba que as notações $abcde$, $abcde1$ e $1abcde$ não indicam produtos e sim representações de número de cinco algarismos no sistema decimal.)

Sabemos que P é o triplo de Q , então vamos utilizar o algoritmo da multiplicação para tentar obter os cinco algarismos em questão e, conseqüentemente, ajudar Paulinho.

- **Primeira etapa do algoritmo:**

$$\begin{array}{r} 1 \ a \ b \ c \ d \ e \\ \times 3 \\ \hline a \ b \ c \ d \ e \ 1 \end{array}$$

Como o algarismo das unidades do produto é 1, concluímos que $e = 7$, pois $3 \times 7 = 21$ e 7 é o único algarismo que, quando multiplicado por 3, resulta em um produto que termina em 1.

Substituindo o algarismo e pelo seu valor e fazendo a multiplicação $3 \times 7 = 21$, partimos para a próxima etapa.

- **Segunda etapa do algoritmo:**

$$\begin{array}{r} \\ 1 \ a \ b \ c \ d \ 7 \\ \times 3 \\ \hline a \ b \ c \ d \ 7 \ 1 \end{array}$$

O último algarismo do número $3 \times d + 2$ deve ser 7. Aqui, a única possibilidade é $d = 5$, pois $3 \times 5 + 2 = 17$ e 5 é o único algarismo que produz o resultado desejado terminando em 7.

Vamos substituir o algarismo d pelo seu valor, efetuar $3 \times 5 + 2 = 17$ e partir para mais uma etapa.

• **Terceira etapa do algoritmo:**

$$\begin{array}{r} \overset{1}{c} \overset{2}{5} \\ \times 3 \\ \hline a \end{array}$$

Ao fazermos $3 \times c + 1$ obteremos um número cujo último algarismo é 5. Veja que $3 \times 8 + 1 = 25$ e 8 é o único algarismo que produz o resultado necessário terminado em 5. Assim, $c = 8$.

Substituímos o algarismo c pelo seu valor, fazemos a soma $(3 \times 8) + 1 = 25$ e podemos efetuar mais uma etapa do algoritmo.

• **Quarta etapa do algoritmo:**

$$\begin{array}{r} \overset{2}{b} \overset{1}{8} \overset{2}{5} \\ \times 3 \\ \hline a \end{array}$$

Faremos agora $3 \times b + 2$ e o resultado deve terminar em 8. De maneira análoga, $3 \times 2 + 2 = 8$ e 2 é o único algarismo que produz o resultado em questão terminando em 8. Assim, $b = 2$.

Ufa, faremos $b = 2$ e vamos para a última etapa do algoritmo.

• **Quinta etapa do algoritmo:**

$$\begin{array}{r} \overset{2}{a} \overset{1}{2} \overset{2}{8} \overset{1}{5} \\ \times 3 \\ \hline a \end{array}$$

Agora ficou fácil: precisamos de um algarismo que multiplicado por 3 resulte um número que termine em 2 e apenas o 4 tem essa característica; assim $a = 4$.

• **Veja a multiplicação completa:**

$$\begin{array}{r} \overset{2}{4} \overset{1}{2} \overset{2}{8} \overset{1}{5} \\ \times 3 \\ \hline 4 \end{array}$$

Pronto, Paulinho, a senha que permite a você abrir o cofre e pegar seu presente é 428571 !

Solução elaborada pelos Moderadores do Blog.