



.Problema para ajudar na escola: Um jogo comunitário entre amigos



Problema

(A partir do 7º ano do E. F.)

Quatro amigos, André, Bené, Cacá e Duda, vão jogar cartas e cada um tem certa quantia de dinheiro no bolso.

Para a brincadeira ficar mais emocionante, eles combinam que, no final de cada partida, o perdedor dobrará o dinheiro que os outros três têm naquele momento.

Os quatro jogaram quatro partidas e cada um deles perdeu exatamente uma:

- André perdeu a primeira;
- Bené perdeu a segunda;
- Cacá perdeu a terceira;
- Duda perdeu a quarta.

Se terminado o jogo cada um dos quatro ficou com exatamente 64 reais, **quantos reais tinha cada amigo antes do jogo?**

Solução

Suponhamos que **A**, **B**, **C** e **D** sejam, respectivamente, os jogadores André, Bené, Cacá e Duda. A tabela abaixo mostra a situação dos quatro jogadores ao final da quarta e última partida.

Amigos	Final
A	64
B	64
C	64
D	64

Como todos terminaram o jogo com 64 reais, o jogador **D** (o último perdedor), ao final da quarta partida, dobrou o dinheiro que os jogadores **A**, **B** e **C** tinham no final da terceira partida, ou seja, **A**, **B** e **C** iniciaram a quarta partida com 32 reais cada um.

Assim, o quarto jogador iniciou a quarta partida com dinheiro suficiente para pagar $3 \times 32 = 96$ reais para os outros três jogadores e mais os 64 reais com os quais terminou a última partida, ou seja, com $96 + 64 = 160$ reais.

A situação dos jogadores no início da quarta partida – Q_i – (ou final da terceira partida – T_f) é a destacada na tabela ao lado.

Amigos	T_f / Q_i	Final
A	32	64
B	32	64
C	32	64
D	160	64

Aplicando o mesmo raciocínio, observamos agora que, ao final da terceira partida, o jogador **C** (o terceiro perdedor) dobrou o dinheiro que os jogadores **A**, **B** e **D** tinham no início da partida. Assim, **A** e **B** iniciaram a terceira partida com 16 reais e, **D**, com 80 reais (dinheiro com o qual eles terminaram a segunda partida). Então o terceiro jogador

Amigos	S_f / T_i	T_f / Q_i	Final
A	16	32	64
B	16	32	64

iniciou a terceira partida com dinheiro suficiente para que, no fim desta, pudesse pagar $2 \times 16 + 80 = 112$ reais para os outros três jogadores e com os 32 com os quais iniciou a outra rodada, ou seja, com $112 + 32 = 144$ reais.

Acrescentamos à tabela anterior a situação dos jogadores no início da terceira partida – T_i (ou final da segunda partida – S_f).

C	144	32	64
D	80	160	64

Observamos agora que o jogador **B** (o segundo perdedor) ao final da segunda partida dobrou o dinheiro que os jogadores **A**, **C** e **D** tinham no início da partida. Assim, **A** iniciou a segunda partida com 8 reais, **C** iniciou essa partida com 72 reais e **D**, com 40 reais. O segundo jogador iniciou, então, a segunda partida com dinheiro suficiente para pagar $8 + 72 + 40 = 120$ reais para os outros três jogadores e com os 16 com os quais terminou essa partida e iniciou a seguinte, ou seja, com $120 + 16 = 136$ reais.

Amigos	P_f / S_i	S_f / T_i	T_f / Q_i	Final
A	8	16	32	64
B	136	16	32	64
C	72	144	32	64
D	40	80	160	64

Foi acrescentada à tabela anterior a situação dos jogadores no início da segunda partida – S_i (ou final da primeira partida – P_f).

Observamos, finalmente, que o jogador **A**, primeiro perdedor, dobrou o dinheiro que os demais jogadores tinham no início do jogo. Assim, **B** começou a jogar 68 reais, **C** com 36 reais e **D**, com 20 reais. Portanto, o primeiro jogador iniciou o jogo com dinheiro suficiente para pagar $68 + 36 + 20 = 124$ reais para os outros três jogadores e com os 8 com os quais terminou a primeira partida e iniciou a próxima, ou seja, com $124 + 8 = 132$ reais.

Amigos	Início	P_f / S_i	S_f / T_i	T_f / Q_i	Final
A	132	8	16	32	64
B	68	136	16	32	64
C	36	72	144	32	64
D	20	40	80	160	64

Então, a quantidade de reais que cada amigo tinha antes do início do jogo era:

- André: 132 reais;
- Bené: 68 reais;
- Cacá: 36 reais;
- Duda: 20 reais.

Solução elaborada pelos Moderadores do Blog.