

Clubes de Matemática da OBMEP

Disseminando o estudo da matemática

Clubes de Matemática da OBMEP

.Problema para ajudar na escola: Resto da divisão

Problema

(A partir do 6º ano do E. F.)

Podemos usar o algoritmo da divisão e dividir $870\ \mathrm{por}\ 40$ da seguinte maneira:

870 40 07 21 3

Qual é o quociente e o resto dessa divisão? Justifique o resultado.



Ajuda

Sejam n e a números naturais, com $a \neq 0$.

O que acontece com o quociente e o resto da divisão de \boldsymbol{n} por a?

Observemos...

Ao dividirmos n por a encontraremos um quociente q e um resto r, naturais e únicos,

(1)
$$0 \le r < a$$

(2)
$$n = q \times a + r$$
.

Solução

A princípio, alguém poderia responder: que pergunta boba; é só olhar para o diagrama da chave que foi apresentado e concluir que o quociente é $21\ \mathrm{e}$ o resto é 3.

Mas observe que a informação (2) da ajuda nos dá uma relação importante entre ${f o}$ dividendo, ${f o}$ divisor, ${f o}$ quociente e o resto de uma divisão euclidiana e com esses valores de quociente e de resto a igualdade <math>(2)não é satisfeita:

$$21 \times 40 + 3 = 843 \neq 870$$
.

Perceba que no diagrama apresentado, foi feita a divisão de $87\,$ por 4, como uma maneira simplificada de efetuarmos a divisão de 870 por 40:

$$\begin{array}{c|c} 87 \boxed{4} \\ 3 & 21 \end{array}$$

Os números $q=21\,$ e $r=3\,$ são, respectivamente, o quociente e o resto da divisão de 87 por 4, assim:

$$(3) \ 0 < 3 < 4$$

(3)
$$0 \le 3 < 4$$
 (4) $87 = 21 \times 4 + 3$.

Ao multiplicarmos a igualdade $\left(4\right)$ por 10, temos que:

$$87 \times 10 = (21 \times 4 + 3) \times 10$$

$$870 = 21 \times 40 + 30$$
.

Assim, como

$$(*)$$
 $0 \le 30 < 40$,

$$(**)$$
 870 = 21 × 40 + 30,

a unicidade do resto e do quociente da divisão de $870\ \mathrm{por}\ 40\ \mathrm{nos}$ garante que:

ou seja, o resto da divisão de $870~{\rm por}~40~{\rm \acute{e}}~\overline{30}$ e, o quociente, $\overline{21}$.

Solução elaborada pelos Moderadores do Blog.

