

## .Problema para ajudar na escola: Qual o resto?



### Problema

(A partir do 6º ano do E. F.)

Qual o valor do resto da divisão de  $2^{150}$  por 7?



### Dica

A observação e generalização de padrões e regularidades pode ser um bom caminho para se resolver problemas de matemática que envolvam seqüências numéricas...

### Solução

Vamos observar os restos das divisões dos primeiros termos da seqüência  $\{2^0, 2^1, 2^2, \dots, 2^n, \dots\}$  por 7:

$$\begin{array}{r} 2^0 : \quad 1 \quad | \quad 7 \\ \quad \quad 1 \quad | \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2^1 : \quad 2 \quad | \quad 7 \\ \quad \quad 2 \quad | \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2^2 : \quad 4 \quad | \quad 7 \\ \quad \quad 4 \quad | \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2^3 : \quad 8 \quad | \quad 7 \\ \quad \quad 1 \quad | \quad 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2^4 : \quad 16 \quad | \quad 7 \\ \quad \quad 2 \quad | \quad 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2^5 : \quad 32 \quad | \quad 7 \\ \quad \quad 4 \quad | \quad 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2^6 : \quad 64 \quad | \quad 7 \\ \quad \quad 1 \quad | \quad 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2^7 : \quad 128 \quad | \quad 7 \\ \quad \quad 2 \quad | \quad 18 \end{array}$$

$$2^8 : 256 \begin{array}{r} 7 \\ \hline 4 \quad 36 \end{array}$$

Observe que a cada três potências de 2 os restos se repetem:

- para  $2^0$  tivemos resto **1**;
- para  $2^1$  tivemos resto **2**;
- para  $2^2$  tivemos resto **4**;
- para  $2^3$  tivemos resto **1**;
- para  $2^4$  tivemos resto **2**;
- para  $2^5$  tivemos resto **4**;
- para  $2^6$  tivemos resto **1**;
- para  $2^7$  tivemos resto **2**;
- para  $2^8$  tivemos resto **4**;

e esse padrão é mantido nas divisões de outras potências de 2 por 7. (Você saberia justificar essa afirmação?)

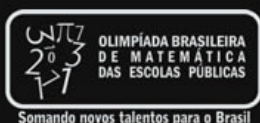
O padrão observado nos indica que:

- "as potências com expoentes múltiplos de 3" apresentam resto **1**, quando divididas por 7;
- "as potências com expoentes múltiplos de 3 mais 1" apresentam resto **2**, quando divididas por 7;
- "as potências com expoentes múltiplos de 3 mais 2" apresentam resto **4**, quando divididas por 7;

assim, para sabermos o resto da divisão de  $2^{150}$  por 7, basta observarmos que 150 é múltiplo de 3, portanto, o resto da divisão de  $2^{150}$  por 7 é **1**.

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Apoio



Realização

