



## .Problema para ajudar na escola: Qual o quociente?



### Problema

(A partir da 1ª série do E. M.)

Sejam  $a$  e  $b$  números reais distintos tais que  $a^2 + b^2 = 6ab$ .

Determine o valor do quociente  $\frac{a+b}{a-b}$ .

### Solução

Sejam  $a$  e  $b$  dois números reais distintos que satisfazem a propriedade descrita no enunciado do problema:

$$\boxed{a^2 + b^2 = 6ab}. \quad (i)$$

Observe que como  $a^2 + b^2 > 0$ , então  $ab > 0$ ; portanto  $a$  e  $b$  ou são ambos positivos ou são ambos negativos. (Note que ambos não podem ser iguais a zero, já que eles são distintos.)

De (i) segue que:

$$a^2 + b^2 + 2ab = 6ab + 2ab$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 8ab$$

$$(a+b)^2 = 8ab.$$

Como  $8ab > 0$ , podemos extrair a raiz quadrada de ambos os membros da última igualdade; com isso:

$$\sqrt{(a+b)^2} = \sqrt{8ab}$$

$$|a+b| = \sqrt{8ab}$$

$$a+b = \pm\sqrt{8ab}. \quad (ii)$$

Utilizando, mais uma vez, a igualdade (i), segue que:

$$a^2 + b^2 - 2ab = 6ab - 2ab$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 4ab$$

$$(a-b)^2 = 4ab.$$

Como  $4ab > 0$ , podemos, também, extrair a raiz quadrada de ambos os membros da última igualdade e com isso:

$$\sqrt{(a-b)^2} = \sqrt{4ab}$$

$$|a-b| = \sqrt{4ab}$$

$$a-b = \pm\sqrt{4ab}. \quad (iii)$$

Pronto, como  $ab \neq 0$ , por (ii) e (iii) temos que:

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\pm\sqrt{8ab}}{\pm\sqrt{4ab}}$$

$$\frac{a+b}{a-b} = \pm\sqrt{\frac{8ab}{4ab}}$$

$$\frac{a+b}{a-b} = \pm\sqrt{2}$$

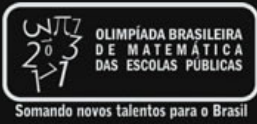
Portanto, temos dois valores possíveis para o quociente em questão:

$$\boxed{\frac{a+b}{a-b} = \sqrt{2}}$$

ou

$$\boxed{\frac{a+b}{a-b} = -\sqrt{2}}.$$

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Apoio



Realização

impa

