

.Problema para ajudar na escola: Qual a medida?



Problema

(A partir do 9º ano do E. F.)

No triângulo ABC da figura, as medidas em graus dos ângulos $B\hat{A}C$ e $A\hat{B}C$ são α e β , respectivamente. Sabendo que \overline{CD} é a bissetriz do ângulo $A\hat{C}B$ e \overline{CE} é perpendicular a \overline{AB} , qual a medida em graus do ângulo $D\hat{C}E$?

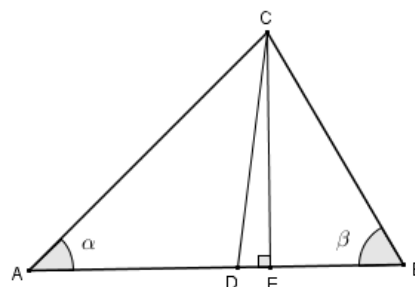
(A) $\frac{180 - (\alpha - \beta)}{2}$

(B) $\frac{\beta - \alpha}{2}$

(C) $\frac{\alpha + 2\beta}{2}$

(D) $\frac{360 - \alpha - 2\beta}{2}$

(E) $\frac{\alpha + \beta}{2}$



Lembretes



Bissetriz de um triângulo é um segmento com extremidades em um vértice desse triângulo e no respectivo lado oposto e que divide o ângulo interno definido por esse vértice em dois ângulos com a mesma medida.



A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° . (Se precisar, visite [esta página](#).)

Solução

Como \overline{CD} é a bissetriz do ângulo $A\hat{C}B$, então os ângulos $A\hat{C}D$ e $D\hat{C}B$ têm a mesma medida. Seja a a medida em graus desses ângulos, conforme mostra a figura ao lado. Nessa figura, indicamos por x a medida em graus do ângulo $D\hat{C}E$ e a qual iremos calcular.

- Observe, inicialmente, que a soma das medidas dos ângulos internos do triângulo ACB é 180° ; assim:

$$\alpha + 2a + \beta = 180^\circ. \quad (i)$$

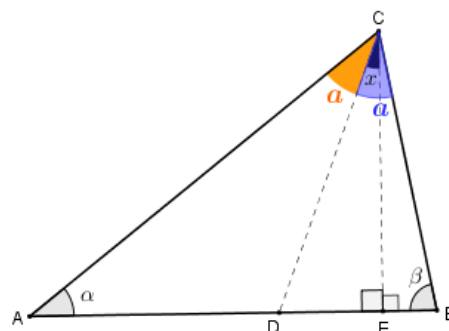
- Também, a soma das medidas dos ângulos internos do triângulo ECB é 180° , portanto:

$$90^\circ + (a - x) + \beta = 180^\circ$$

$$a = x - \beta + 90^\circ. \quad (ii)$$

Por (i) e (ii), segue que:

$$\alpha + 2(x - \beta + 90^\circ) + \beta = 180^\circ$$



$$\alpha + 2x - 2\beta + 180^\circ + \beta = 180^\circ$$

$$\alpha + 2x - \beta + 180^\circ = 180^\circ$$

$$2x = 180^\circ - \alpha + \beta - 180^\circ$$

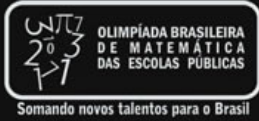
$$2x = \beta - \alpha$$

$$x = \frac{\beta - \alpha}{2}$$

Portanto a alternativa correta é a **(B)**.

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Apoio



Realização

