

.Problema para ajudar na escola: Pares e ímpares



Problema

(A partir do 9º ano do E. F.)

Separando todos os números naturais da sequência $1, 2, \dots, 2010, 2011$ em dois conjuntos, um com todos os pares e outro com todos os ímpares, qual a diferença positiva entre as somas dos números desses dois conjuntos?



Para resolver este problema você pode precisar da soma

$$1 + 2 + 3 + \dots + t = \frac{(1+t) \cdot t}{2}.$$

Se você não se lembra dela, clique [AQUI](#).

Solução 1

Observe que, ao separarmos os pares e ímpares da sequência $1, 2, \dots, 2010, 2011$ em dois conjuntos, ficamos com três somas de elementos:

- a soma de todos os elementos:

$$T = 1 + 2 + 3 + \dots + 2010 + 2011;$$

- a soma dos pares:

$$P = 2 + 4 + 6 + \dots + 2008 + 2010;$$

- a soma dos ímpares:

$$I = 1 + 3 + 5 + \dots + 2009 + 2011.$$

Utilizando a fórmula $1 + 2 + 3 + \dots + t = \frac{(1+t) \cdot t}{2}$, podemos obter T e P . Observe:

- $T = 1 + 2 + 3 + \dots + 2010 + 2011 = \frac{2012 \cdot 2011}{2} = 2023066;$

- $P = 2 + 4 + 6 + \dots + 2008 + 2010 = 2(1 + 2 + 3 + \dots + 1004 + 1005) = \frac{2 \cdot 1006 \cdot 1005}{2} = 1011030.$

Note, também, que

$$I - P = (T - P) - P = T - 2P,$$

assim

$$|I - P| = |P - I| = |T - 2P|$$

e a solução do problema é, portanto:

$$|2023066 - 2 \cdot 1011030| = |2023066 - 2022060| = \boxed{1006}.$$

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

Solução 2

O problema poderia também ser resolvido observando a tabela abaixo, na qual:

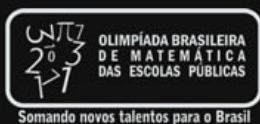
- I indica a sequência dos números ímpares do conjunto $\{1, 2, \dots, 2010, 2011\}$
- P indica a sequência dos números pares do conjunto $\{1, 2, \dots, 2010, 2011\}$
- D indica a diferença entre os dois números da coluna.

I	1	3	5	...	2009	2011
P		2	4	...	2008	2010
D	1	1	1	...	1	1

Perceba que temos $\frac{2010}{2} = 1005$ números pares e, conseqüentemente, 1006 números ímpares. Para cada número par temos exatamente um ímpar uma unidade maior e temos ainda o número 1; portanto, a diferença positiva entre as somas dos números dos conjuntos $\{1, 3, \dots, 2009, 2011\}$ e $\{2, 4, \dots, 2008, 2010\}$ é **1006**.

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Apoio



Realização

