

# Clubes de Matemática da OBMEP

Disseminando o estudo da matemática

Clubes de Matemática da OBMEP



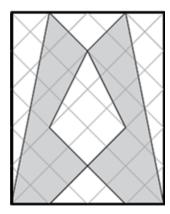
# .Problema para ajudar na escola: Área de uma figura estranha



#### **Problema**

(A partir do 9º ano do E. F.)

(**OBMEP 2012**) O retângulo mostrado abaixo foi desenhado em papel quadriculado e mede  $4\,cm$  de largura por  $5\,cm$  de altura.

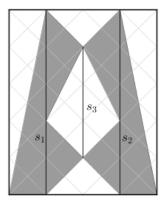


Qual é a área da região cinza?

- (a)  $10\,cm^2$
- (b)  $11\,cm^2$
- (c)  $12,5 cm^2$
- (d)  $13 \, cm^2$
- (e)  $14,5 \, cm^2$

### Solução 1

Na figura desenhada no papel quadriculado, trace os segmentos de reta  $s_1, s_2$  e  $s_3$ , conforme mostrado na imagem a seguir.



Observe, na figura ao lado, que ficaram definidos doze triângulos, quatro a quatro congruentes:

ullet quatro triângulos com área  $A_1$ ;

- ullet quatro triângulos com área  $A_2$ ;
- ullet quatro triângulos com área  $A_3$ .

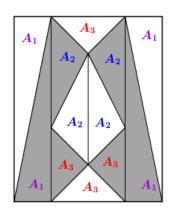
Assim, podemos observar que:

- ullet a área total da região branca,  $A_b$ , é dada por  $A_b=2A_1+2A_2+2A_3$ ;
- ullet a área total da região cinza,  $A_c$ , é dada por  $A_c=2A_1+2A_2+2A_3$ .

Como  $A_b=A_c$  e o retângulo inicialmente desenhado mede 4cm de largura por 5cm de altura, então

$$oxed{A_c=rac{4 imes 5}{2}=10\,cm^2}$$
 ,

ou seja, a alternativa (a) é a correta.



Solução elaborada pelos Moderadores do Blog.

## Solução 2

Agora, se você só se convence com números, ou gosta mesmo é de fazer continhas, observe que a diagonal de cada quadradinho do papel quadriculado mede  $1\,cm$ , já que, por exemplo, um dos lados do retângulo inicialmente desenhado é formado por quatro diagonais e mede  $4\,cm$ .

Perceba que a parte cinza é constituída de:

- ullet dois triângulos retângulos cujos catetos medem  $1\,cm$  e  $5\,cm$  e cujas áreas denotamos por  $A_1$ ;
- ullet dois triângulos não retângulos, com um dos lados medindo  $3\,cm$  e as respectivas alturas com  $1\,cm$ , cujas áreas denotamos por  $A_2$ ;
- ullet dois triângulos retângulos com hipotenusas medindo  $2\,cm$  cada e as respectivas alturas medindo  $1\,cm$ , cujas áreas denotamos por  $A_3$ .

Assim, temos que:

$$A_1 = \frac{5 \times 1}{2} = \frac{5}{2};$$

$$egin{aligned} oldsymbol{a} A_2 &= rac{3 imes 1}{2} = rac{3}{2}; \ oldsymbol{a} A_3 &= rac{2 imes 1}{2} = 1; \end{aligned}$$

• 
$$A_3 = \frac{2 \times 1}{2} = 1;$$

donde a área da região cinza é dada por:

$$A_c = 2A_1 + 2A_2 + 2A_3 = 5 + 3 + 2 = 10 \, \text{cm}^2$$
.

Solução elaborada pelos Moderadores do Blog.

Participou da discussão o Clube Os Aritméticos.

Feito com ♥ por Temas Graphene















