



.Problema para ajudar na escola: O triplo da soma de duas raízes



Problema

(A partir da 1ª série do E. M.)

A equação

$$\frac{36^x + 36}{20} = 6^x$$

tem exatamente duas raízes reais distintas.

Determine o triplo da soma dessas raízes.

Solução

Se $y = 6^x$, então $36^x = (6^2)^x = 6^{2x} = (6^x)^2 = y^2$. Dessa forma, podemos reescrever a equação dada no problema:

$$\frac{36^x + 36}{20} = 6^x$$

$$\frac{y^2 + 36}{20} = y$$

$$y^2 + 36 = 20y$$

$$y^2 - 20y + 36 = 0. \quad (i)$$

Agora, aplicando a fórmula de resolução de uma equação do segundo grau à equação (i), temos que:

$$y = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 144}}{2}$$

$$y = \frac{20 \pm \sqrt{256}}{2}$$

$$y = \frac{20 \pm 16}{2}$$

$$y_1 = \frac{20 + 16}{2} = 18 \quad \text{e} \quad y_2 = \frac{20 - 16}{2} = 2.$$

Assim, se x_1 e x_2 são as duas raízes reais da equação $\frac{36^x + 36}{20} = 6^x$, segue que $6^{x_1} = 18$ e $6^{x_2} = 2$.

Perceba então que:

$$6^{x_1} \cdot 6^{x_2} = 18 \cdot 2$$

$$6^{x_1+x_2} = 36$$

$$6^{x_1+x_2} = 6^2.$$

Portanto, $\boxed{x_1 + x_2 = 2}$, donde concluímos que o triplo da soma das raízes reais da equação $\frac{36^x + 36}{20} = 6^x$ é

$$\boxed{3(x_1 + x_2) = 3 \cdot 2 = 6}.$$

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Apoio



Realização

