

.Problema para ajudar na escola: Números naturais consecutivos



Problema

(A partir do 8º ano do E. F.)

O produto de três números naturais consecutivos é divisível por 7.

Quais dos números abaixo não são **necessariamente** divisores desse produto?

6

14

21

28

42



Fatos que ajudam

Propriedade 1: O produto de dois números naturais consecutivos é divisível por 2.

Propriedade 2: O produto de três números naturais consecutivos é divisível por 3.

Propriedade 3: Se n é um número natural divisível pelos números naturais a e b tais que $\text{mdc}(a, b) = 1$, então n é também divisível pelo produto $a \cdot b$.

Solução

Seja p o produto dos três números naturais consecutivos em questão. O que podemos afirmar sobre p ?

- Pelas **Propriedades 1 e 2** temos que p é divisível por 2 e por 3.
- Como p é divisível por 2 e por 3 e $\text{mdc}(2, 3) = 1$, pela **Propriedade 3** temos que p é divisível por $2 \times 3 = 6$.
- Como p é divisível por 6 e por 7 e $\text{mdc}(6, 7) = 1$, então pela **Propriedade 3** temos que p é divisível por $6 \times 7 = 42$.

Sendo divisível por 42, então p é da forma $p = 42k$, para algum número natural k . Dessa forma:

(1) Já sabemos que p é necessariamente divisível por **6**.

(2) Como $p = 42k$, então $p = 42k = 14(3k)$.

Assim, se $k_2 = 3k$, temos que $p = 14k_2$, com $k_2 \in \mathbb{N}$ e, portanto, p é necessariamente divisível por **14**.

(3) Como $p = 42k$, então $p = 42k = 21(2k)$.

Assim, se $k_3 = 2k$, temos que $p = 21k_3$, com $k_3 \in \mathbb{N}$ e, portanto, p é necessariamente divisível por **21**.

(4) Já sabemos que p é necessariamente divisível por **42**.

(5) Resta apenas analisar o 28. Observe que de $p = 42k$, com $k \in \mathbb{N}$, não é possível escrevermos p na forma $p = 28t$, com $t \in \mathbb{N}$, sem supormos que k seja múltiplo de 2. Como k não é necessariamente um número par, **28** não é necessariamente divisor de um produto de três números naturais consecutivos que seja divisível por 7.

Veja alguns exemplos:

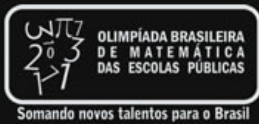
- $5 \times 6 \times 7 = 210$

- $13 \times 14 \times 15 = 2730$
- $21 \times 22 \times 23 = 10626$.

Assim, alguns produtos da forma especificada no problema podem ser divisíveis por 28, mas produtos dessa forma não precisam ser **sempre** divisíveis por 28!

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Apoio



Realização

