



.Problema para ajudar na escola: Números em fila



Problema

(A partir do 7º ano do E. F.)

Os números naturais de 1 a 1000 foram escritos em sequência, um após o outro, sem espaços intermediários, formando uma longa sequência de algarismos:

12345678910111213...1000.

Determinar quantos algarismos foram escritos até que se escreveu pela primeira vez três algarismos 9 seguidos.

Solução

A primeira vez que aparecem três algarismos 9 seguidos ocorre quando escrevemos 899 e 900.

1 2 3 4 5 6 ... 98 99 100 ... 897 898 899 900 901 ... 1000

Vamos, então, contar a quantidade de algarismos que existem de 1 a 898 e acrescentamos 1 a esse total, que corresponde ao primeiro dígito de 899.

1 2 3 4 5 6 ... 98 99 100 ... 897 898 | 8 99 900 901 ... 1000

Vamos lá:

$\underbrace{1\ 2\ 3\ \dots\ 89}_{\text{números com um algarismo}} \quad \underbrace{10\ 11\ 12\ \dots\ 97\ 98\ 99}_{\text{números com dois algarismos}} \quad \underbrace{100\ 101\ \dots\ 897\ 898}_{\text{números com três algarismos}}$

- **Números com um algarismo:** De 1 a 9 temos $\boxed{9}$ algarismos.
- **Números com dois algarismos:** De 10 a 99 temos $2 \times (99 - 9) = \boxed{180}$ algarismos.
- **Números com três algarismos:** De 100 a 898 temos $3 \times (898 - 99) = \boxed{2397}$ algarismos.

Portanto, foram escritos $9 + 180 + 2397 + 1 = \boxed{2587}$ algarismos até aparecerem os primeiros três nove seguidos.

$\underbrace{1\ 2\ 3\ \dots\ 897\ 898\ 8}_{2587\ \text{algarismos}}\ 99\ 9$

Assim, depois de se escrever os 2587 algarismos que antecedem os três nove, os nove são escritos, perfazendo, então, um total de $\boxed{2587} + 3 = \boxed{2590}$ algarismos.

Solução elaborada pelos Moderadores do Blog.



Somando novos talentos para o Brasil

Apoio



Realização

