# .Problema para ajudar na escola: Múltiplos de 2, múltiplos de 3...

## Problema

(A partir do 8º ano do E. F.)

Quantos múltiplos de $2$ e quantos múltiplos de $3$, que não sejam simultaneamente múltiplos de ambos, existem entre $1$ e $2017$?

## Solução 1

Faremos três observações iniciais.

**(1)** Os múltiplos naturais de $2$ são da forma $2k$, com $k$ um número natural. Assim:

- como procuramos números naturais da forma $2k$ entre $1$ e $2017$,
- como $1$ e $2017$ são números ímpares,

então, $1 < 2k < 2017$, ou mais precisamente, $2 \leqslant 2k \leqslant 2016$.

Com isso, percebemos que $k$ é um número natural tal que $1 \leqslant k \leqslant 1008$ e, portanto, temos $1008$ possíveis valores de $k$. Consequentemente, existem $\boxed{1008}$ números pares entre $1$ e $2017$.

**(2)** Os múltiplos naturais de $3$ são da forma $3t$, com $t$ um número natural. Assim:

- como procuramos números naturais da forma $3t$ entre $1$ e $2017$,
- como sabemos que $1$, $2$ e $2017$ não são múltiplos de $3$,

então, $2 < 3t < 2017$, ou mais precisamente, $3 \leqslant 3t \leqslant 2016$.

Com isso percebemos que $t$ é um número natural tal que $1 \leqslant t \leqslant 672$ e, portanto, temos $672$ possíveis valores de $t$. Consequentemente, existem $\boxed{672}$ múltiplos de $3$ entre $1$ e $2017$.

**(3)** Os múltiplos comuns de $2$ e de $3$ são da forma $6n$, com $n$ um número natural. Assim:

- como procuramos números naturais da forma $6n$ entre $1$ e $2017$,
- como $1$, $2$, $3$, $4$, $5$ e $2017$ não são múltiplos de $6$,

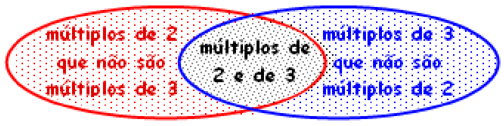
então, $5 < 6n < 2017$, ou mais precisamente, $6 \leqslant 6n \leqslant 2016$.

Com isso percebemos que $n$ é um número natural tal que $1 \leqslant n \leqslant 336$ e, portanto, temos $336$ possíveis valores de $n$. Consequentemente, existem $\boxed{336}$ múltiplos simultâneos de $2$ e de $3$ entre $1$ e $2017$.

Observe agora que:

- Dentre os $1008$ múltiplos de $2$ estão incluídos os $336$ múltiplos de $6$ que não nos interessam, pois são múltiplos de $3$ também. Portanto, temos $1008 - 336 = \boxed{672}$ múltiplos de $2$ que não são múltiplos de $3$.
- Dentre os $672$ múltiplos de $3$ estão incluídos os $336$ múltiplos de $6$ que, também, não nos interessam, pois são múltiplos de $2$. Portanto temos $672 - 336 = \boxed{336}$ múltiplos de $3$ que não são múltiplos de $2$.

Dessa forma, existem $\boxed{672 + 336 = 1008}$ múltiplos de $2$ e múltiplos de $3$, que não são simultaneamente múltiplos de ambos.




Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

## Solução 2

- Observe que entre dois naturais consecutivos existe exatamente um que é múltiplo de $2$. Assim, podemos procurar os múltiplos de $2$ entre $1$ e $2017$ agrupando todos os números de $1$ a $2017$ de dois em dois.

$$\begin{array}{r|l} 2017 & 2 \\ \hline 1 & 1008 \end{array}$$

Ao dividirmos $2017$ por $2$, obtemos $1008$, com resto $1$. Isso significa que conseguimos formar $1008$ grupos de dois números consecutivos e o número $2017$ fica sozinho. Pelas nossas observações, teremos então $\boxed{1008}$ múltiplos de $2$ entre $1$ e $2017$.

- Observe, agora, que entre três naturais consecutivos existe exatamente um que é múltiplo de $3$. Logo, para procurar os múltiplos de $3$ entre $1$ e $2017$, vamos agrupar os números de $1$ a $2017$ de três em três.

$$\begin{array}{r|l} 2017 & 3 \\ \hline 1 & 672 \end{array}$$

Ao dividirmos $2017$ por $3$, obtemos $672$, com resto $1$. Assim, conseguimos formar $672$ grupos de três números consecutivos e o número $2017$ fica sozinho. Pelas nossas observações, teremos então $\boxed{672}$ múltiplos de $3$ entre $1$ e $2017$.

- Observe, por último, que entre seis naturais consecutivos existe exatamente um que é múltiplo de $6$, portanto múltiplo de $2$ e de $3$, simultaneamente. Perceba, então, que podemos procurar os múltiplos de $6$ entre $1$ e $2017$, agrupando os números de $1$ a $2017$ de seis em seis.

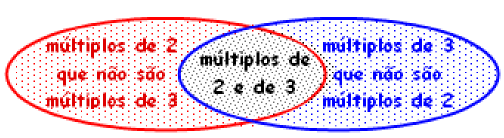
$$\begin{array}{r|l} 2017 & 6 \\ \hline 1 & 336 \end{array}$$

Ao dividirmos $2017$ por $6$, obtemos $336$, com resto $1$. Assim, conseguimos formar $336$ grupos de seis números consecutivos e $2017$ fica sozinho. Pelas nossas observações, teremos então $\boxed{336}$ múltiplos de $6$ entre $1$ e $2017$.

Para finalizar, observe que:

- Dentre os $1008$ múltiplos de $2$ estão incluídos os $336$ múltiplos de $6$ que não nos interessam, pois são múltiplos de $3$ também. Portanto temos $1008 - 336 = \boxed{672}$ múltiplos de $2$ que não são múltiplos de $3$ .
- Dentre os $672$ múltiplos de $3$ estão incluídos os $336$ múltiplos de $6$ que, também, não nos interessam, pois são múltiplos de $2$. Portanto temos $672 - 336 = \boxed{336}$ múltiplos de $3$ que não são múltiplos de $2$ .

Pelos nossos cálculos e nossas observações, temos $\boxed{672 + 336 = 1008}$ múltiplos de $2$ e múltiplos de $3$, que não são simultaneamente múltiplos de ambos.




Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.