

.Problema para ajudar na escola: Muitas raízes



Problema

(A partir do 9º ano do E. F.)

Determinar o valor numérico de N ,

$$N = \frac{\sqrt{23}(xy + 10)}{x+y} + \frac{y+2\sqrt{29}}{x},$$

sabendo que $x = \sqrt{23} + \sqrt{29}$ e $y = \sqrt{23} - \sqrt{29}$.

Solução

Vamos resolver o problema trabalhando separadamente com cada parcela da soma N proposta.

- Sabemos que $x = \sqrt{23} + \sqrt{29}$ e $y = \sqrt{23} - \sqrt{29}$, assim:

$$xy = (\sqrt{23} + \sqrt{29}) \times (\sqrt{23} - \sqrt{29})$$

$$xy = (\sqrt{23})^2 - (\sqrt{29})^2$$

$$xy = 23 - 29$$

$$xy = -6, \quad (i)$$

e, também:

$$x + y = (\sqrt{23} + \sqrt{29}) + (\sqrt{23} - \sqrt{29})$$

$$x + y = (\sqrt{23} + \sqrt{23}) + (\sqrt{29} - \sqrt{29})$$

$$x + y = 2\sqrt{23} + 0$$

$$x + y = 2\sqrt{23}. \quad (ii)$$

Assim, de (i) e (ii) segue que

$$N_1 = \frac{\sqrt{23}(xy + 10)}{x+y}$$

$$N_1 = \frac{\sqrt{23}(-6 + 10)}{2\sqrt{23}}$$

$$N_1 = \frac{\cancel{\sqrt{23}} \times 4}{2 \times \cancel{\sqrt{23}}}$$

$$N_1 = \frac{4}{2}$$

$$\boxed{N_1 = 2}.$$

- Por outro lado, como $x = \sqrt{23} + \sqrt{29}$ e $y = \sqrt{23} - \sqrt{29}$, então:

$$y + 2\sqrt{29} = \sqrt{23} - \sqrt{29} + 2\sqrt{29}$$

$$y + 2\sqrt{29} = \sqrt{23} + \sqrt{29}$$

$$y + 2\sqrt{29} = x.$$

Portanto,

$$N_2 = \frac{y + 2\sqrt{29}}{x}$$

$$N_2 = \frac{x}{x}$$
$$\boxed{N_2 = 1}.$$

Dessa forma, segue que:

$$N = \frac{\sqrt{23}(xy + 10)}{x+y} + \frac{y + 2\sqrt{29}}{x}$$

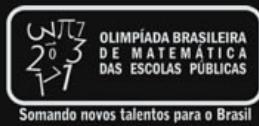
$$N = N_1 + N_2$$

$$N = 2 + 1,$$

ou seja, $\boxed{N = 3}$.

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

Feito com ❤ por Temas Graphene.



Apoio



Realização



MINISTÉRIO DA
CIÊNCIA, TECNOLOGIA,
INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO

