



.Problema para ajudar na escola: Menor valor



Problema

(A partir do 9º ano do E. F.)

Se a , b e c são números naturais não nulos e distintos tais que $a > 4$, $b > 5$ e $c < 7$, qual é o menor valor do número $a + b - c$?

Solução

Observe que, como $a > 4$, $b > 5$ e $c < 7$ e os três números são naturais, então

$$a \geq 5,$$

$$b \geq 6,$$

$$-c \geq -6,$$

donde, somando termo a termo as três desigualdades, segue que

$$a + b - c \geq 5 + 6 - 6$$

e assim

$$\boxed{a + b - c \geq 5}. \quad (i)$$

Por outro lado, o menor valor de $a + b - c$ ocorre quando $a + b$ assume o menor valor possível e c , o maior.

- O menor valor de $a + b$ ocorre quando a e b assumem, respectivamente, os menores valores possíveis. Como a e b são números naturais tais que $a \geq 5$, $b \geq 6$, então os menores valores possíveis para a e b são $a = 5$ e $b = 6$.
- Como c é também um número natural e $c < 7$, então o maior valor possível para c é $c = 6$.

Com esses valores, teríamos $a + b - c = 5 + 6 - 6 = 5$, mas perceba que $b = c = 6$, o que contraria a hipótese de que a , b e c são distintos. Logo,

$$a + b - c \neq 5. \quad (ii)$$

Por (i) e (ii), segue que

$$\boxed{a + b - c \geq 6}.$$

Finalmente, note que se $a = 5$, $b = 7$ e $c = 6$, então $a + b - c = 5 + 7 - 6 = 6$ e a , b e c são números naturais não nulos e distintos. Assim, o número mínimo buscado é $\boxed{6}$.

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.