



.Problema para ajudar na escola: Continhas



Problema

(A partir do 9º ano do E. F.)

Sabendo que $\frac{ab}{a^2 + b^2} = \frac{\sqrt{5}}{10}$, determine o valor de $\left(\frac{a}{b}\right)^4 + \left(\frac{a}{b}\right)^{-4}$.

Solução

Como $\frac{ab}{a^2 + b^2} = \frac{\sqrt{5}}{10}$, perceba que:

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}.$$

Elevando a igualdade $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2\sqrt{5}$ ao quadrado, segue que:

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2 = (2\sqrt{5})^2$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 2 \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} + \left(\frac{b}{a}\right)^2 = 4 \cdot 5$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 2 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 = 20$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 = 20 - 2$$

$$\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} = 18.$$

Elevando a última igualdade ao quadrado, agora ficamos com:

$$\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}\right)^2 = (18)^2$$

$$\left(\frac{a^2}{b^2}\right)^2 + 2 \cdot \frac{a^2}{b^2} \cdot \frac{b^2}{a^2} + \left(\frac{b^2}{a^2}\right)^2 = 324$$

$$\frac{a^4}{b^4} + 2 + \frac{b^4}{a^4} = 324$$

$$\frac{a^4}{b^4} + \frac{b^4}{a^4} = 324 - 2$$

$$\frac{a^4}{b^4} + \frac{b^4}{a^4} = 322.$$

Consequentemente, $\left(\frac{a}{b}\right)^4 + \left(\frac{a}{b}\right)^{-4} = 322$, lembrando que $\left(\frac{a}{b}\right)^{-4} = \frac{b^4}{a^4}$.

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Apoio



Realização

impa

