



.Problema para ajudar na escola: Contando fatores iguais



Problema

(A partir da 1ª série do E. M.)

Sejam a, b, c números naturais, todos diferentes de 1 ($a \neq 1, b \neq 1, c \neq 1$).

Quantos grupos de três números a, b, c , nessa ordem, podemos montar tais que $a \cdot b \cdot c = 7^{39}$?

Solução

Como 7 é um número primo e a, b, c números naturais tais que $a \neq 1, b \neq 1, c \neq 1$, então $a \cdot b \cdot c = 7^x \cdot 7^y \cdot 7^z$, com x, y, z números naturais não nulos.

Assim, o número de grupos de três números a, b, c , nessa ordem, será dado pelo número de grupos de três números naturais não nulos x, y, z , nessa ordem, tais $x + y + z = 39$.

A seguir, sem muita cerimônia, vamos contar quantos são os x, y, z .

- Se $x = 1$, temos as seguintes opções para y e z :

x	y	z
1	1	37
1	2	36
1	3	35
...
1	37	1

Temos, então, **37** possibilidades.

- Se $x = 2$, temos as seguintes opções para y e z :

x	y	z
2	1	36
2	2	35
2	3	34
...
2	36	1

Temos, então, **36** possibilidades.

- Se $x = 3$, temos as seguintes opções para y e z :

x	y	z
3	1	35
3	2	34
3	3	33
...
3	35	1

Temos, então, **35** possibilidades.

• ⋮

- Se $x = 35$, temos as seguintes opções para y e z :

x	y	z
35	1	3
35	2	2
35	3	1

Temos, então, **3** possibilidades.

- Se $x = 36$, temos as seguintes opções para y e z :

x	y	z
36	1	2
36	2	1

Temos, então, **2** possibilidades.

- Se $x = 37$, temos apenas uma opção para y e z :

x	y	z
37	1	1

Temos, então, **1** possibilidade.

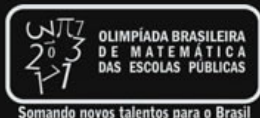
No total, temos finalmente $37 + 36 + 35 + \dots + 3 + 2 + 1 = \frac{(1 + 37) \cdot 37}{2} = 19 \times 37 = 703$ possibilidades; logo, temos **703** grupos de três números que satisfazem as condições do problema.

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.



Se você não se lembra da soma
 $1 + 2 + 3 + \dots + t = \frac{(1 + t) \cdot t}{2}$,
 clique **AQUI**.

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Apoio



Realização

