.Problema para ajudar na escola: Bonequinhas coloridas

Problema

(A partir do 8º ano do E. F.)

Para presentear sua avó, Aninha pintou um quadro com bonequinhas coloridas de tamanhos diferentes, de forma que, a partir da primeira, a altura de cada uma corresponde a 3/4 da altura da bonequinha anterior.

Se a maior delas tem 16 cm de altura, qual é o número natural que melhor aproxima a altura, em milímetros, da bonequinha menor?

A figura não está em escala

Solução 1

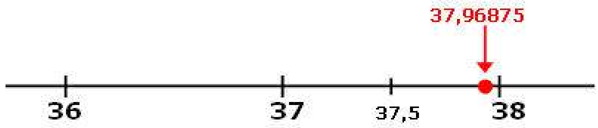
Como no quadro que Aninha pintou aparecem apenas seis bonequinhas, podemos fazer as contas diretamente, sem utilizar nenhum artifício:

Bonequinha 1	$h_1 = 16\,cm$
Bonequinha 2	$h_2 = h_1 \times \dfrac{3}{4} = 12\,cm$
Bonequinha 3	$h_3 = h_2 \times \dfrac{3}{4} = 9\,cm$
Bonequinha 4	$h_4 = h_3 \times \dfrac{3}{4} = 6,75\,cm$
Bonequinha 5	$h_5 = h_4 \times \dfrac{3}{4} = 5,0625\,cm$
Bonequinha 6	$h_6 = h_5 \times \dfrac{3}{4} = 3,796875\,cm$

A figura ao lado mostra a variação em centímetros das alturas das bonequinhas.

Pelos nossos cálculos a altura da sexta bonequinha é $3,796875$ centímetros ou, de forma equivalente, $37,96875$ milímetros.

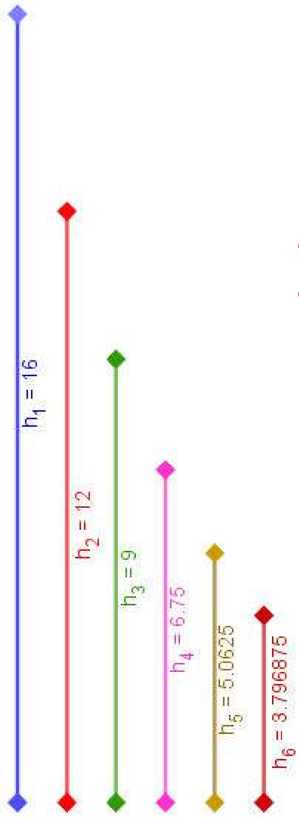
Assim, o número natural que melhor aproxima a altura, em milímetros, da bonequinha menor é $\boxed{38}$.



Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

Solução 2

Poderíamos ter resolvido algebricamente este problema, tentando estabelecer um padrão para a variação das alturas das bonequinhas. Se não fizéssemos as continhas indicadas na tabela, poderíamos observar a sequência algébrica das alturas e estabelecer esse padrão. Observe.



Bonequinha 1	$h_1 = 16\,cm$
Bonequinha 2	$h_2 = 16 \times \dfrac{3}{4}$
Bonequinha 3	$h_3 = \left(16 \times \dfrac{3}{4}\right) \times \dfrac{3}{4} = 16 \times \left(\dfrac{3}{4}\right)^2 = 16 \times \dfrac{3^2}{4^2}$
Bonequinha 4	$h_4 = \left(16 \times \left(\dfrac{3}{4}\right)^2\right) \times \dfrac{3}{4} = 16 \times \left(\dfrac{3}{4}\right)^3 = 16 \times \dfrac{3^3}{4^3}$
Bonequinha 5	$h_5 = \left(16 \times \left(\dfrac{3}{4}\right)^3\right) \times \dfrac{3}{4} = 16 \times \left(\dfrac{3}{4}\right)^4 = 16 \times \dfrac{3^4}{4^4}$
$\vdots$	$\vdots$
Bonequinha n , $n > 2$	$h_n = \left(16 \times \left(\dfrac{3}{4}\right)^{n-2}\right) \times \dfrac{3}{4} = 16 \times \left(\dfrac{3}{4}\right)^{n-1} = 16 \times \dfrac{3^{n-1}}{4^{n-1}}$

A vantagem desse método, não é observada para $n = 6$, pois a próxima linha da segunda tabela nos daria a altura correspondente. Mas observe que, usando o padrão, podemos facilmente perceber, por exemplo, que a altura de uma suposta vigésima bonequinha seria dada pelo padrão $\boxed{h_n = 16 \times \left(\dfrac{3}{4}\right)^{n-1} = 16 \times \dfrac{3^{n-1}}{4^{n-1}}}$, quando $n = 20$: $\boxed{h_{20} = 16 \times \left(\dfrac{3}{4}\right)^{19} = 16 \times \dfrac{3^{19}}{4^{19}}}$.

É claro que dependeríamos de uma calculadora para efetuarmos as contas indicadas e obtermos:

$$h_{20} \approx 0,06765\,cm = 0,6765\,mm\,.$$

(Nem enxergaríamos a bonequinha, mas saberíamos a sua altura!!!!)

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.