



## .Problema para ajudar na escola: Simplificando...



### Problema

(A partir do 9º ano do E. F.)

Simplifique a seguinte expressão:

$$\sqrt{2^{2018} + 2^{1010} + 1} - \sqrt{2^{2018} - 2^{1010} + 1} .$$



### Lembretes

As duas identidades algébricas abaixo podem ajudar..

**(01)**  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 ; \forall a, b \in \mathbb{R}.$

**(02)**  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 ; \forall a, b \in \mathbb{R}.$

(Para conhecer um pouco mais sobre "Malabarismos aritméticos e algébricos", clique **AQUI**)

**(03)** Para finalizar a solução, vamos precisar da definição de módulo de um número real  $x$ :

$$\sqrt{x^2} = |x|,$$

onde  $|x|$  indica o módulo do número real  $x$ :

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0 \end{cases} .$$

### Solução

Observe que:

- $2^{2018} + 2^{1010} + 1 = (2^{1009})^2 + 2(2^{1009}) + 1 = (2^{1009})^2 + 2(2^{1009})(1) + 1^2 \stackrel{\text{Lembrete (1)}}{=} (2^{1009} + 1)^2 ;$
- $2^{2018} - 2^{1010} + 1 = (2^{1009})^2 - 2(2^{1009}) + 1 = (2^{1009})^2 - 2(2^{1009})(1) + 1^2 \stackrel{\text{Lembrete (2)}}{=} (2^{1009} - 1)^2 .$

Assim, segue que:

$$\begin{aligned} \sqrt{2^{2018} + 2^{1010} + 1} - \sqrt{2^{2018} - 2^{1010} + 1} &= \sqrt{(2^{1009} + 1)^2} - \sqrt{(2^{1009} - 1)^2} \\ &\stackrel{\text{Lembrete (3)}}{=} |2^{1009} + 1| - |2^{1009} - 1| . \quad (i) \end{aligned}$$

Mas

$$2^{1009} + 1 > 0 \quad \text{e} \quad 2^{1009} - 1 > 0 ;$$

assim,

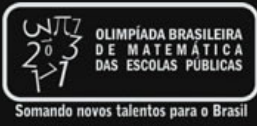
$$\boxed{|2^{1009} + 1| = 2^{1009} + 1} \quad \text{e} \quad \boxed{|2^{1009} - 1| = 2^{1009} - 1} .$$

Logo, segue de **(i)**, que:

$$\begin{aligned} \sqrt{2^{2018} + 2^{1010} + 1} - \sqrt{2^{2018} - 2^{1010} + 1} &= (2^{1009} + 1) - (2^{1009} - 1) \\ &= 2^{1009} + 1 - 2^{1009} + 1 \\ &= 2 . \end{aligned}$$

Portanto,  $\boxed{\sqrt{2^{2018} + 2^{1010} + 1} - \sqrt{2^{2018} - 2^{1010} + 1} = 2} .$

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Apoio



SBM

Realização

impa



MINISTÉRIO DA  
CIÊNCIA, TECNOLOGIA,  
INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES

MINISTÉRIO DA  
EDUCAÇÃO



PÁTRIA AMADA  
BRASIL  
GOVERNO FEDERAL